

Epreuve de Physique

Durée 3 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est strictement interdit. Les surveillants et surveillantes se réservent le droit de les confisquer.
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session.
- Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance. La présence d'une information d'identification en dehors du cartouche donnera lieu à un point de pénalité et la page concernée pourra être soustraite de la correction.

Métrologie des masses

La métrologie des masses est la science de la mesure des masses. La réforme de la définition du kilogramme, en 2019, a été accompagnée du développement de nouvelles technologies de pesées. Ce sujet en esquisse le fonctionnement dans les parties II et III. La partie I présente des éléments sur les comparaisons de masses, et la partie IV sur une méthode de mesure de la pesanteur. Ces parties sont indépendantes, tout comme le sont, dans une certaine mesure, les sous-parties.

Données :

- Masse molaire de l'air : $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- Pesanteur terrestre : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Rayon terrestre : $R_T = 6400 \text{ km}$.
- Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.
- Écart normalisé entre deux mesures x_1 et x_2 , d'incertitudes-types $u(x_1)$ et $u(x_2)$: $\frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}$.

Concernant les applications numériques demandées, il est attendu une valeur approchée.

I Comparaison de masses

En France, le Bureau International des Poids et Mesures produit des étalons primaires de masse voisine de 1 kg. Il s'agit de cylindres en alliage de platine et d'iridium, de hauteur $h = 4 \text{ cm}$ et de rayon $R_0 = 2 \text{ cm}$ environ. Chaque étalon primaire est pesé sur une balance de Kibble, dont nous détaillerons le fonctionnement dans la partie II, afin d'en déterminer la masse m avec une incertitude-type de l'ordre de $u(m) = 20 \mu\text{g}$.

À titre d'exemple, la masse de l'étalon appelé "PIK" a été estimée en 2023, via une comparaison de pesées sur plusieurs balances, à :

$$m = 0,999\,999\,993 \text{ kg}, \quad \text{avec} \quad u(m) = 0,000\,000\,020 \text{ kg}.$$

- 1 - Déterminer l'expression, puis la valeur numérique, de la masse volumique de l'alliage utilisé pour fabriquer ces étalons.

Une fois la masse d'un étalon primaire déterminée avec précision, il est possible d'obtenir la masse d'autres étalons, par comparaison. La machine qui réalise ceci est appelée un "comparateur de masse". Elle est bien plus rapide d'utilisation qu'une balance de Kibble, et opère à un niveau d'incertitude-type entre 1 et 10 μg , d'où son usage routinier. Son fonctionnement peut se résumer grossièrement à une balance à un plateau, sur lequel on pose successivement les masses à comparer (figure I.2).

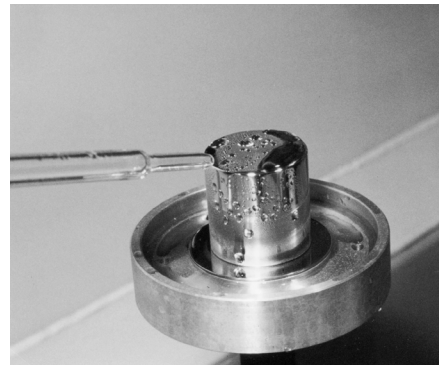


Figure I.1 : un étalon de masse 1 kg lors d'un nettoyage. ©BIPM.

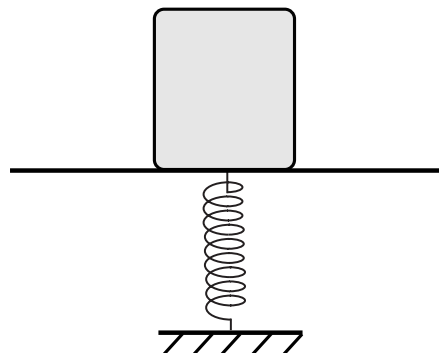


Figure I.2 : comparateur de masse vu comme une balance à un plateau.

Les comparaisons de masses se font souvent dans l'air. Se pose alors la question de l'influence de la poussée d'Archimède.

- 2 - Exprimer la masse volumique ρ_{air} de l'air, en fonction de sa pression p , de sa température T , et des données parmi celles de début d'énoncé. On utilisera le modèle du gaz parfait.

L'application numérique donne $\rho_{\text{air}} \approx 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- 3 - Exprimer, puis calculer, l'intensité de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur un étalon de platine-iridium de 1 kg complètement immergé dans l'air.
- 4 - La masse d'un étalon comme le PIK est de 1 kg lorsqu'il est pesé sous vide. On place cet étalon sur une balance dans l'air. La masse affichée est-elle supérieure ou inférieure à 1 kg ? De quelle quantité ? Est-il nécessaire de prendre en compte la poussée d'Archimède dans un comparateur de masse (on attend une justification) ?

Un autre effet systématique provient de la différence de hauteur entre les étalons. La hauteur de ceux en platine iridium est de 4 cm, alors que celle de ceux en inox est de 6,4 cm. On donne la formule de la force de gravitation exercée par la Terre sur un objet de masse m (en norme) :

$$F(r) = mg \frac{R_T^2}{r^2},$$

avec r la distance entre le centre de la Terre et le centre de masse de l'objet, R_T le rayon terrestre, et g la valeur de la pesanteur en $r = R_T$.

- 5 - On considère un objet pour lequel $r = R_T$, et un autre pour lequel $r = R_T + a$, avec $a \ll R_T$. À l'aide d'un développement limité au premier ordre, exprimer la différence $F(R_T) - F(R_T + a)$.
- 6 - Calculer la différence $F(R_T) - F(R_T + a)$ pour un étalon en platine iridium et un étalon en inox. Faut-il prendre en compte cet effet dans un comparateur de masse ?

II Balance de Kibble : pesée primaire à l'échelle du kilogramme _____

Usuellement, une balance est étalonnée en usine à l'aide d'autres masses qui servent de référence. Au contraire de cela, une balance de Kibble est une balance qui permet de peser une masse sans utiliser d'autre masse de référence. Elle produit des masses de référence (aussi dites masses primaires). Nous allons détailler son fonctionnement. Dans la suite, m est la masse à peser.

II.1 Mode statique

Le principe est le même que pour toute balance de laboratoire de précision : le poids qui s'exerce sur le plateau est compensé par la force de Laplace qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant immergé dans un champ magnétique (figure II.1).

Le conducteur est usuellement une spire ou une bobine. Mais ici, dans un souci de simplification, nous supposerons qu'il s'agit d'une tige rectiligne, en contact glissant sur deux rails parallèles alimentés par un générateur de courant (figure II.1). Le dispositif est similaire aux rails de Laplace.

On note $\vec{B} = B_0 \vec{e}_y$ le champ magnétique, supposé uniforme, et a l'écartement entre les rails.

- 7 - Exprimer la résultante vectorielle \vec{F}_L des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige, en fonction entres autres de B_0 et de a .

Tournez la page S.V.P.

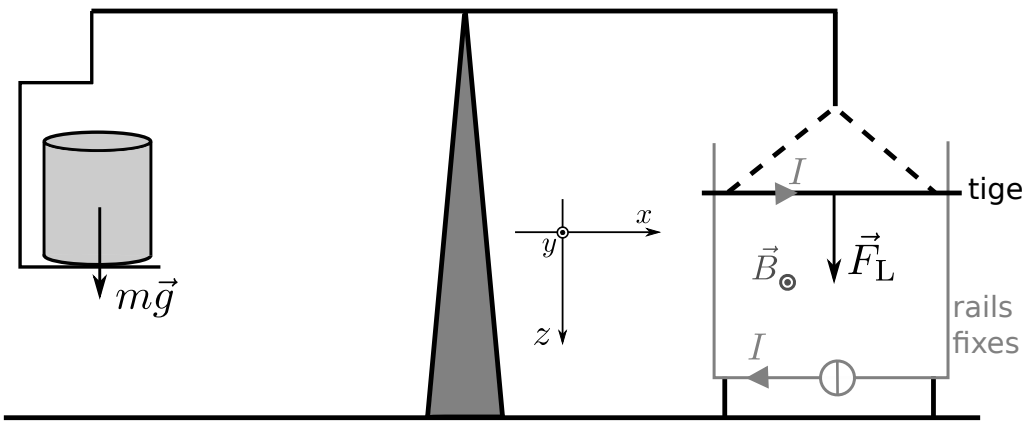


Figure II.1 : schéma de la balance de Kibble en mode statique. Le courant I imposé par le générateur est constant, il est choisi pour que la balance soit à l'équilibre. Les rails sont fixes par rapport au bâti.

La tige peut glisser sans frottement sur les rails fixes, tout en maintenant un contact électrique avec ceux-ci.

$$\text{À l'équilibre, } \|\vec{F}_L\| = mg.$$

II.2 Mode dynamique

Le terme aB_0 est difficile à mesurer précisément. Une balance classique est étalonnée : en plaçant une masse de référence connue sur son plateau, on en déduit le terme aB_0 . Mais une balance de Kibble ne peut pas fonctionner ainsi, car son objectif est de peser sans utiliser d'autres masses de référence. L'idée est alors d'utiliser un second mode, le mode dynamique, qui va permettre une mesure de aB_0 .

Dans ce mode, le générateur de courant n'est plus utilisé. Il est remplacé par une résistance R (et on négligera toute résistance autre que celle-ci).

La tige est mise en mouvement à une vitesse $\vec{v} = v_0 \vec{e}_z$ imposée, constante et connue précisément (figure II.2).

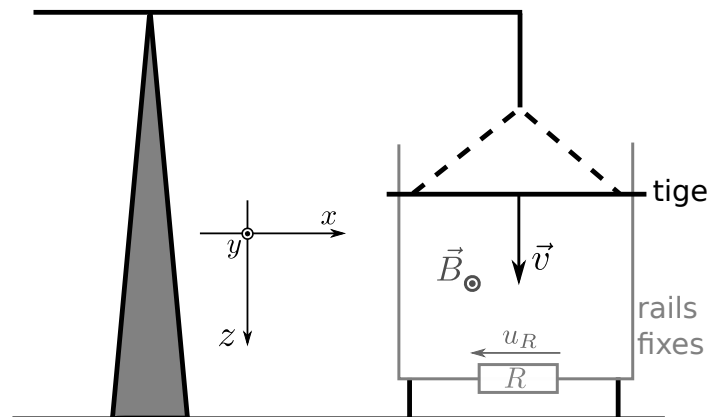


Figure II.2 : balance de Kibble en mode dynamique.

- 8 - Faire un schéma des rails et de la tige, et préciser l'orientation que vous choisissez pour le courant induit I_d . En déduire l'expression du vecteur normal au circuit {résistance+rails+tige}.
- 9 - Exprimer la force électromotrice induite e , en fonction de v_0 , a et B_0 . On pourra supposer la tige initialement en $z = 0$ et noter L_0 la distance verticale initiale entre la tige et le bas du circuit.
- 10 - Exprimer aB_0 en fonction de la tension u_R mesurée aux bornes de la résistance et d'autres paramètres mesurés.

II.3 Mise ensemble

- 11 - Exprimer la masse m pesée en fonction des grandeurs mesurées avec précision : I en phase statique, v_0 et u_R en phase dynamique, ainsi que g .

L'intensité I et la tension u_R sont mesurées en utilisant des phénomènes quantiques, sans référence à d'autres masses. L'expression précédente permet donc bien une mesure directe et précise de m . Il existe une dizaine de telles balances dans le monde.

III Balance électrostatique : pesées primaires à l'échelle du milligramme

Les balances de Kibble permettent de produire des masses de référence de l'ordre de 1 kg. Pour descendre vers des masses plus petites, il est nécessaire de faire des comparaisons : par exemple comparer deux masses de 0,5 kg, prises ensemble, à une masse de référence de 1 kg, afin d'en obtenir une mesure précise. Descendre ainsi la chaîne des masses jusqu'au milligramme nécessite beaucoup d'étapes. Il en résulte une perte de précision rédhibitoire. Une solution à ce problème est l'utilisation de la balance électrostatique qui, tout comme celle de Kibble, permet une pesée sans utiliser d'autre masse de référence, mais qui est conçue pour fonctionner aux petites masses.

Le principe de la balance électrostatique est d'utiliser la force électrostatique F_e qui s'exerce entre les deux plaques d'un condensateur, afin de compenser l'action du poids mg sur la masse à peser.

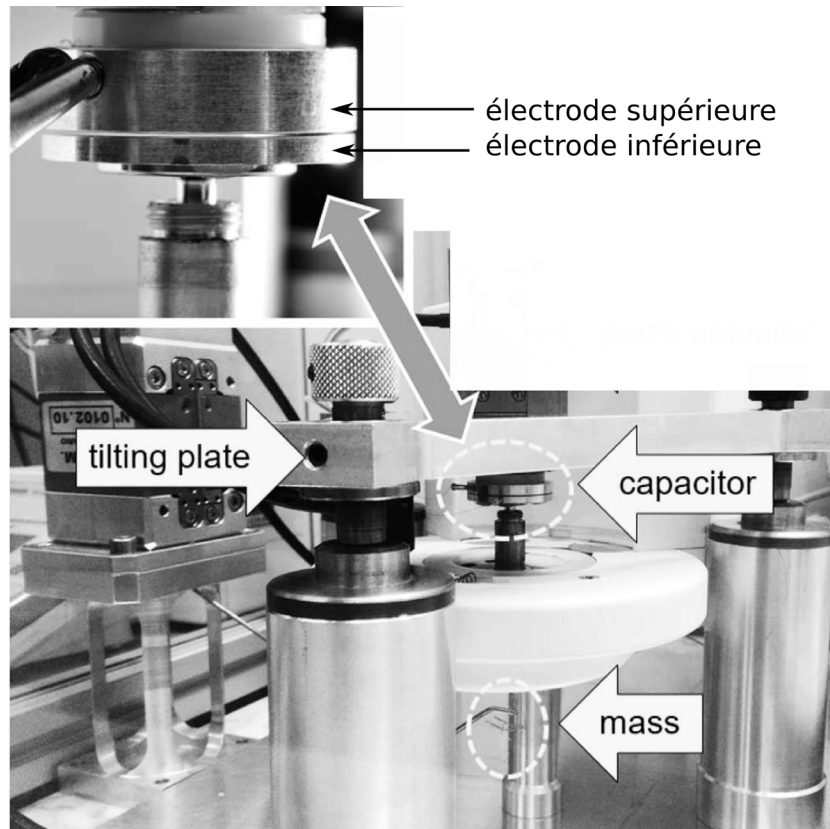


Figure III.1 : photographie de la balance (source : doi 10.1109/TIM.2018.2890747).

III.1 Étude du condensateur plan

Un plan infini

On considère un plan métallique uniformément chargé en surface (densité surfacique de charges σ). On néglige tout effet de bord. Le point O est dans le plan, et l'axe z lui est perpendiculaire (figure III.2).

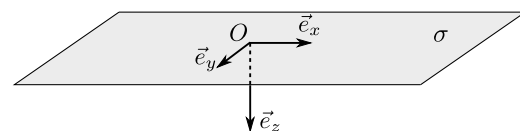


Figure III.2 : un plan infini.

- 12 - Par une analyse des symétries et des invariances, en déduire la direction du champ électrique $\vec{E}(M)$ et les variables cartésiennes dont il dépend.
- 13 - Montrer que $\vec{E}(z) = -\vec{E}(-z)$.
- 14 - Sur votre copie, schématiser le plan chargé, placer un point M en $z > 0$ quelconque, et schématiser une surface de Gauss appropriée au problème.
- 15 - Établir l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ produit par ce plan pour tout point M .

Tournez la page S.V.P.

Le condensateur plan idéal

On considère maintenant deux plans parallèles, chacun de surface S , séparés d'une distance d . Le plan en $z = 0$ est uniformément chargé avec la densité surfacique de charges $-\sigma$. Celui en $z = d$ l'est avec la densité surfacique de charges $+\sigma$ (figure III.3).

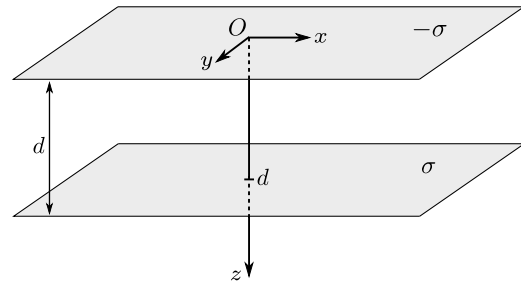


Figure III.3 : condensateur plan.

16 - Établir l'expression du champ électrique créé par ces deux plans. On distinguera trois zones.

La différence de potentiel entre les deux plans est $U = V(z = d) - V(z = 0)$. La capacité du condensateur (notée C) est définie par la formule $CU = Q$, avec Q la charge portée par le plan situé en $z = d$.

17 - Exprimer la capacité du condensateur en fonction de S , d et ϵ_0 .

Force entre électrodes

On étudie le système mécanique {électrode du bas} (celle en $z = d$). Dans la balance étudiée, l'électrode du haut (en $z = 0$) est fixe par rapport au bâti, et celle du bas est soumise au poids de la masse m à peser. On s'intéresse à la force électrostatique qu'exerce l'électrode du haut sur celle du bas.

On considère un point M sur la plaque du bas, entouré d'un élément de surface dS (figure III.4). On admet, à partir des questions précédentes, que le champ électrique créé par la plaque du haut s'écrit, au niveau du point M :

$$\vec{E}_{\text{haut}}(M) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z.$$

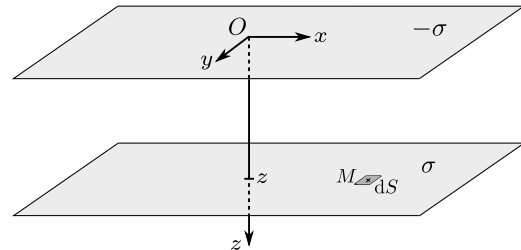


Figure III.4 : condensateur plan.

18 - Exprimer la force exercée par la plaque du haut sur l'élément de surface dS entourant le point M .

19 - En déduire l'expression de la force \vec{F}_e exercée par la plaque du haut sur la plaque du bas.

Cette force est-elle attractive ou répulsive ?

Dans la balance considérée, la tension U est maintenue constante. On note maintenant z la distance entre les plaques (précédemment notée d). Elle peut varier. La capacité est donc vue comme une fonction $C(z)$, dont l'expression est :

$$C(z) = \frac{\epsilon_0 S}{z}.$$

20 - Montrer que $\vec{F}_e = \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} CU^2 \right) \vec{e}_z$.

On admet que cette expression, démontrée ici dans le cas du condensateur plan infini, est toujours valable dans les cas plus réalistes où les effets de bords sont pris en compte.

III.2 Mesure de la capacité

Pour utiliser la balance, il est nécessaire de mesurer la capacité C du condensateur pour une distance z donnée entre les électrodes. Parmi les méthodes classiques de mesure de capacité, nous en étudions deux.

L'objectif de chacune de ces méthodes est donc la mesure d'une capacité C inconnue.

III.2.1 Méthode 1 : charge d'un circuit RC

On considère le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé, et le générateur de tension délivre une tension nulle. Pour $t \geq 0$, le générateur délivre une tension constante $E = 10\text{ V}$.

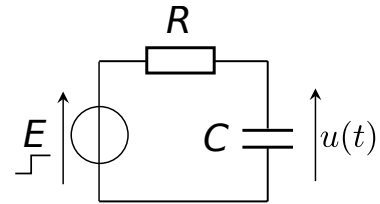


Figure III.5 : circuit RC.

Premier modèle

- 21 - Établir l'équation différentielle suivie par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur, pour $t \geq 0$.
On notera τ le temps caractéristique $R \times C$.
- 22 - Résoudre cette équation pour obtenir l'expression de $u(t)$.
- 23 - L'acquisition de la figure III.6 a été réalisée avec une résistance $R = 1\text{ k}\Omega$. L'exploiter afin d'en déduire la valeur de C . On détaillera la démarche.

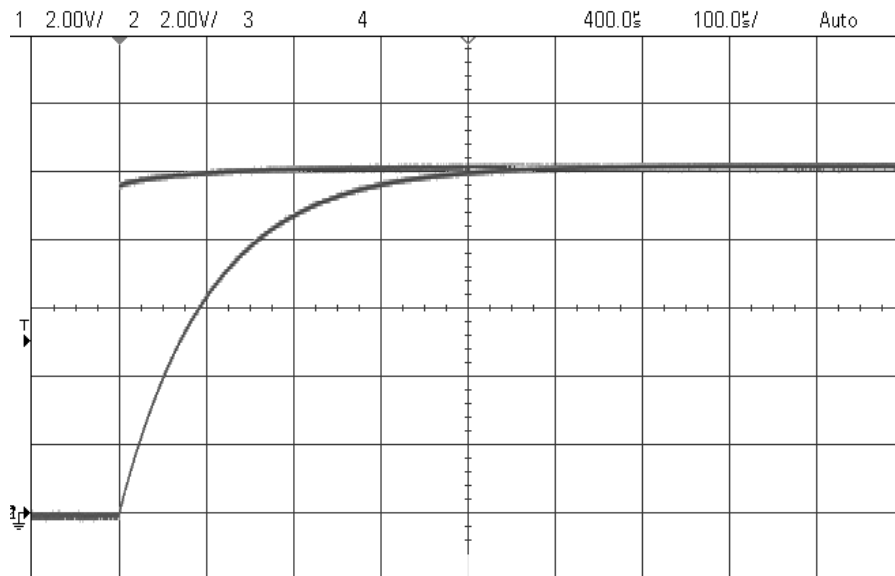


Figure III.6 : acquisition à l'oscilloscope de la tension aux bornes du générateur et de la tension $u(t)$. L'échelle horizontale est de $100\ \mu\text{s}$ par carreau, les deux échelles verticales de 2 V par carreau.

Pour plus de précision, on répète la mesure avec différentes valeurs de la résistance R . On garde toujours la même capacité C . Le tracé du temps caractéristique τ , mesuré à l'aide de l'oscilloscope, en fonction de R , est représenté figure III.7 (gauche).

Tournez la page S.V.P.

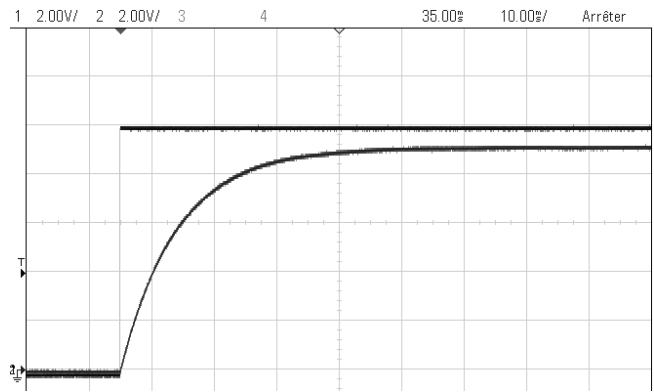
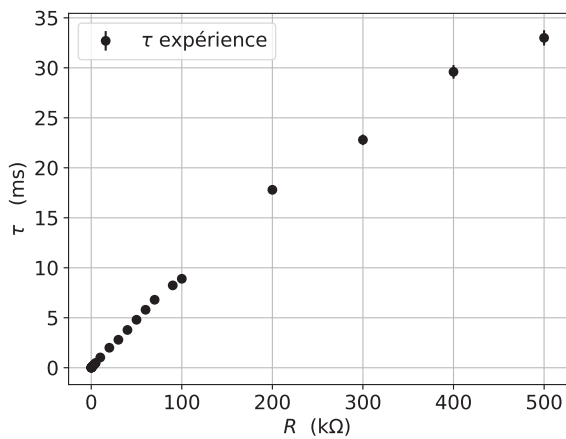


Figure III.7. Gauche : tracé des mesures de τ pour différentes valeurs de R . Les barres verticales, à peine visibles, sont les incertitudes-types.
Droite : un exemple d'acquisition pour $R = 100 \text{ k}\Omega$ (tension aux bornes du générateur et tension $u(t)$).

24 - Expliquer en quoi le graphique de gauche n'est pas en accord avec la modélisation précédente (questions 21 et 22) du circuit RC .

De même, quelle particularité du graphique de droite le rend incompatible avec cette modélisation ?

Second modèle

Pour tenter d'améliorer le modèle et de rendre compte de la figure III.7, on prend en compte la résistance d'entrée de l'oscilloscope, $R_e = 1 \text{ M}\Omega$. Ceci donne le modèle de la figure III.8.

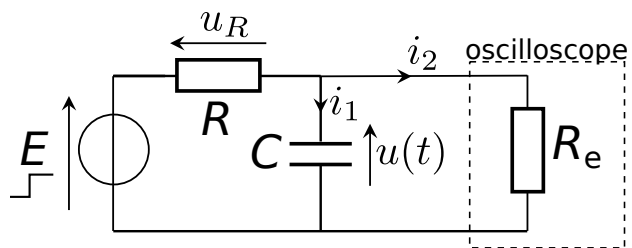


Figure III.8 : modélisation prenant en compte la résistance d'entrée de l'oscilloscope.

25 - Exprimer le courant i_1 en fonction de u et/ou de sa dérivée, et de grandeurs parmi R , R_e et C .

Faire de même pour le courant i_2 .

Enfin, faire de même pour la tension u_R .

26 - À l'aide d'une loi des mailles, montrer que la tension $u(t)$ vérifie :

$$\frac{E}{RC} = \frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau'}, \quad (1)$$

avec τ' à exprimer en fonction de R , R_e et C .

L'expression ainsi établie de $\tau'(R)$ est tracée figure III.9 et est en bon accord avec l'expérience.

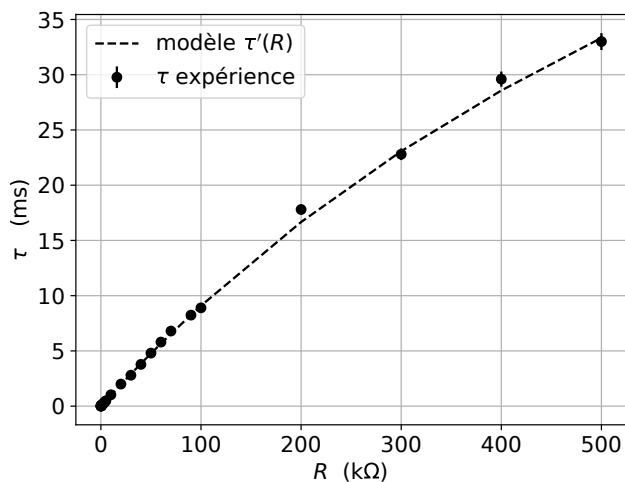


Figure III.9 : mesures de τ (les mêmes que figure III.7, gauche) et comparaison avec le modèle $\tau'(R)$.

27 - En partant de l'équation (1), établir l'expression de la valeur vers laquelle tend la tension u aux temps longs.

Faire l'application numérique dans le cas de la figure III.7, droite, et expliquer cette figure.

Restriction aux petites valeurs de R

Afin de pouvoir utiliser le premier modèle (où τ est proportionnel à R , questions 21 à 23), et donc de s'affranchir de l'influence de la résistance d'entrée de l'oscilloscope, on se place à des petites valeurs de R . Ceci donne le graphique de la figure III.10.

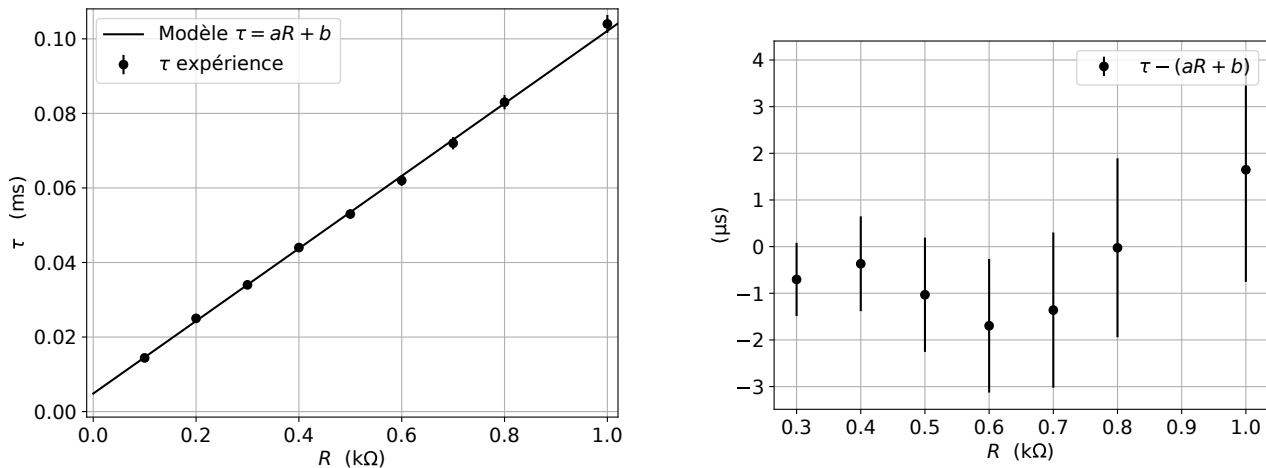


Figure III.10 : à gauche, zoom sur les valeurs mesurées de τ à petites valeurs de R , et régression linéaire $\tau = aR + b$, avec $a = 97 \text{ nF}$ et $b = 4,8 \mu\text{s}$.

À droite : tracé de la différence entre les mesures de τ et le modèle $aR + b$ en fonction de R .

Les barres sont les incertitudes-types sur τ , estimées à 2% de τ . Celles sur R sont négligeables.

Une procédure de tirage aléatoire permet ensuite d'obtenir $u(a) = 1 \text{ nF}$ et $u(b) = 0,4 \mu\text{s}$.

28 - Le modèle $\tau = aR + b$ est-il compatible avec les mesures de τ sur cette plage de valeurs de R ? On attend une justification basée sur la figure III.10.

29 - (Résolution de problème) On constate sur la régression linéaire que la valeur du coefficient b n'est pas compatible avec une valeur nulle. Quel élément, non présent dans le second modèle, permet d'expliquer ceci?

Utiliser la valeur de b pour calculer la valeur de cet élément négligé.

Pour cette question, toute piste de recherche pertinente sera valorisée.

30 - Déduire de l'analyse précédente la valeur de la capacité C et son incertitude-type $u(C)$.

III.2.2 Méthode 2 : étude en RSF

On considère le circuit ci-contre. Le générateur délivre une tension sinusoïdale, $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On réalise l'étude en régime sinusoïdal forcé, avec le formalisme des impédances complexes.

En particulier, le signal $e(t)$ est représenté par le signal complexe $\underline{e}(t) = E_0 e^{j\omega t}$, où j est le complexe tel que $j^2 = -1$.

Le signal $u(t)$ est représenté par le signal complexe $\underline{u}(t)$.

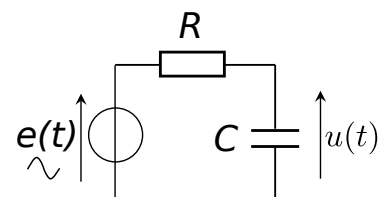


Figure III.11 : circuit RC.

31 - En raisonnant avec les impédances complexes, établir l'expression de $\underline{u}(t)$ en fonction de $\underline{e}(t)$, de R , C et ω .

32 - En déduire l'expression de l'amplitude U_0 de $u(t)$ en fonction de E_0 , R , C et ω .

33 - Simplifier cette expression dans le cas où $RC\omega \gg 1$. On travaillera à partir de cette expression simplifiée pour la suite.

34 - Les amplitudes U_0 et E_0 sont mesurées à l'aide d'un voltmètre. Exprimer C en fonction de U_0 , E_0 , R et ω .

Faire l'application numérique avec les valeurs suivantes : fréquence $f = 1 \text{ kHz}$, résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$, amplitudes de $2,001 \text{ V}$ pour $e(t)$ et $0,3185 \text{ V}$ pour $u(t)$ (mesures au voltmètre).

On donne $1/\pi \approx 0,3183$.

Tournez la page S.V.P.

- 35 - Le calcul sans l'approximation $RC\omega \gg 1$ donne $C = 98,7 \text{ nF}$. Est-ce compatible avec la valeur de C déduite de la méthode 1 (figure III.10)? On attend une explication chiffrée qui utilise la notion d'incertitude.

III.3 Exemple d'utilisation

Pour conclure, étudions un exemple de pesée. À vide ou en charge, un dispositif compense le poids de l'électrode du bas. Une masse m est accrochée à l'électrode du bas. La tension U est augmentée jusqu'à ce que la force électrostatique compense le poids mg . La distance entre les deux électrodes est alors mesurée à $d_0 = 70 \mu\text{m}$. La valeur de U est $14,490 \text{ V}$. On s'appuiera aussi sur la figure III.12.

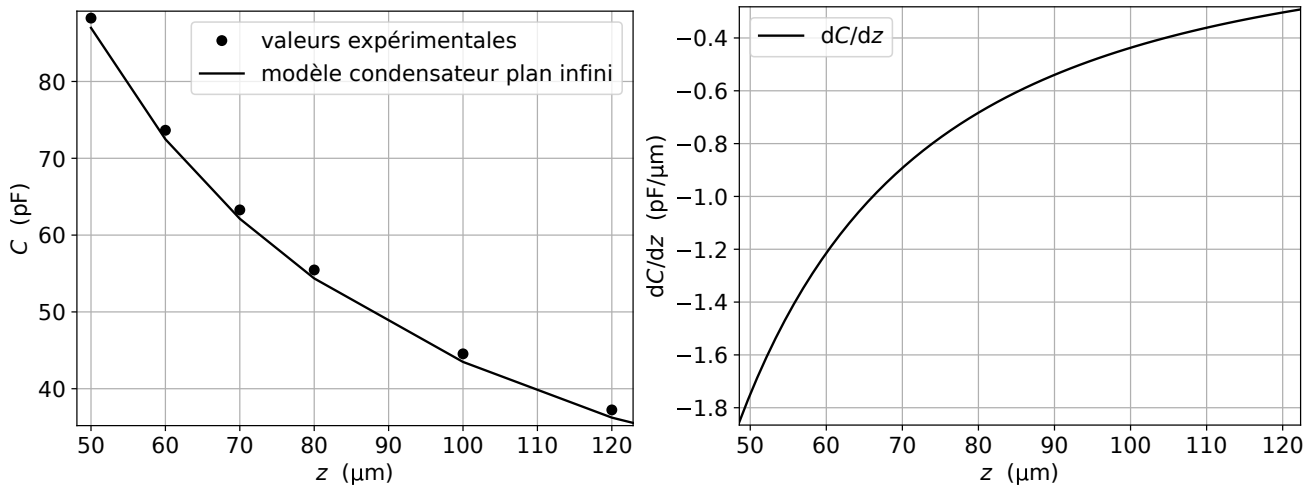


Figure III.12. Gauche : valeur de la capacité C en fonction de la distance z entre les plaques. Droite : de même pour la dérivée dC/dz . (données issues de l'article doi 10.1109/TIM.2018.2890747)

- 36 - En utilisant le résultat de la question 20, en déduire la valeur de la masse m .
- 37 - On remarque sur la figure III.12 que les valeurs expérimentales de C sont supérieures à celles déduites du modèle du condensateur plan infini. Quelle peut en être la raison principale?

IV Mesure de g : gravimètre à chute libre

Les balances précédentes mesurent en réalité le poids de l'objet pesé. Pour en déduire sa masse, il faut au préalable connaître la valeur de la pesanteur terrestre g . Nous voyons ici une méthode pour le faire.

Cette méthode exploite la chute libre, verticale, d'un aimant. On utilise le repère de la figure IV.1. L'aimant de masse m est lâché sans vitesse initiale en $z = 0$ à l'instant $t = 0$. Les frottements de l'air sont négligés.

Deux bobines permettent de repérer le passage de l'aimant aux points $z = d_1$ (instant t_1) et $z = d_2$ (instant t_2). Ceci permet une mesure précise de la durée $\Delta t = t_2 - t_1$. En revanche, l'instant du lâché n'étant pas connu précisément, les valeurs de t_1 et de t_2 ne sont pas connues.

On mesure par ailleurs les distances d_1 et d_2 .

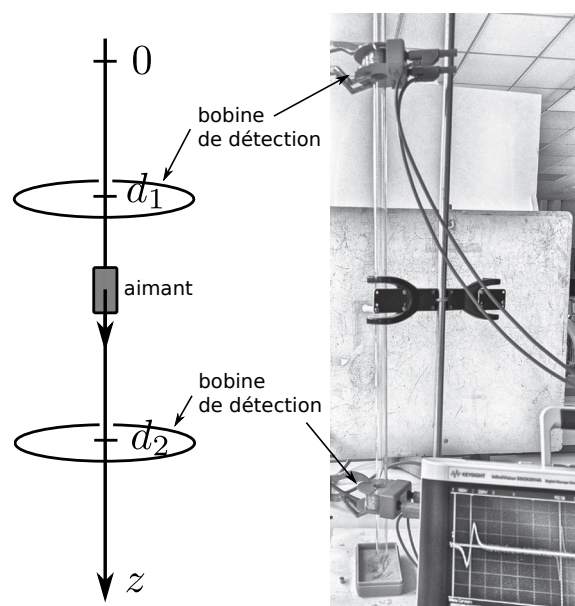


Figure IV.1 : photographie de l'expérience et schéma de sa modélisation.

Modélisation

- 38 - Exprimer la position de l'objet en chute libre, $z(t)$, en fonction de g et de t .
- 39 - Exprimer le temps de passage t_1 en fonction de d_1 et de g . Faire de même pour t_2 en fonction de d_2 et de g .
- 40 - Exprimer enfin g en fonction des grandeurs mesurées que sont d_1 , d_2 et Δt .

Expérience : valeur de g

La mesure de Δt est réalisée avec une acquisition des tensions induites dans les bobines de détection. Un exemple est montré figure IV.2.

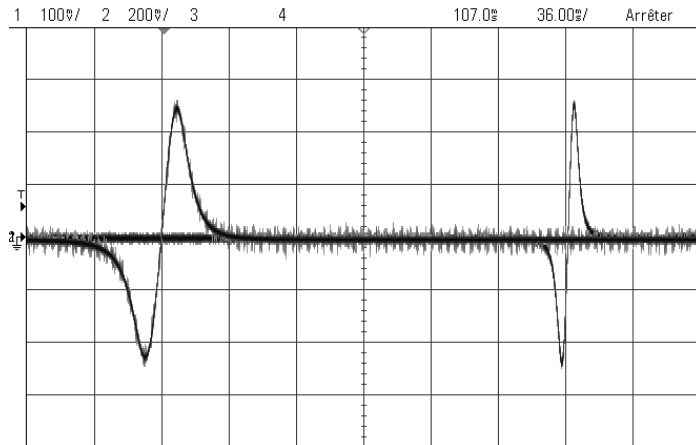


Figure IV.2 : exemple d'acquisition à l'oscilloscope. Les échelles verticales sont de 100 mV et 200 mV par carreau, l'échelle horizontale est de 36 ms par carreau.

- 41 - Représenter l'aimant de la figure IV.1 sur votre copie, et tracer l'allure des lignes de champ magnétostatique produites par cet aimant. On fera apparaître les pôles nord et sud.
Donner alors le nom de la loi qui explique l'apparition d'une tension induite dans les bobinages de détection.
- 42 - Mesurer la durée Δt sur le signal de la figure IV.2.

La mesure de Δt est répétée $N = 15$ fois. En langage Python, ces valeurs sont stockées dans la liste `liste_Dt`. On souhaite en réaliser la moyenne `Dt_moy`, à l'aide du script ci-dessous :

```
liste_Dt=[0.2165,0.2185,0.219,0.2185,0.2165,0.2165,0.2175,0.216,0.219,0.218,0.2175,
          0.2175,0.2185,0.2185,0.218] # valeurs de Delta t en s

N = len(liste_Dt)
somme = 0
for i in range(N):
    # instruction 1

# instruction 2
print(Dt_moy) # affiche la moyenne
```

- 43 - Compléter les instructions 1 et 2 de ce script afin que l'algorithme retourne la valeur moyenne de la liste `liste_Dt`.

On mesure $d_1 = 99$ mm et $d_2 = 632$ mm. La formule obtenue précédemment, utilisée avec la moyenne des Δt , donne alors $g = 9,733\,76 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Ceci semble raisonnable, mais il nous faut estimer l'incertitude associée pour donner un sens à cette valeur.

Tournez la page S.V.P.

Estimation de l'incertitude

Concernant les mesures de distances, la demi-étendue d'incertitude de ces mesures est estimée à $\Delta(d_1) = \Delta(d_2) = 1$ mm, c'est-à-dire qu'on estime que d_1 est compris entre 98 mm et 100 mm, et que d_2 est compris entre 631 mm et 633 mm, avec quasi-certitude.

Concernant la moyenne $\overline{\Delta t}$ des N valeurs de Δt , sa demi-étendue d'incertitude (qui a la même interprétation que pour d_1 ou d_2) est obtenue en divisant l'écart-type de la liste des valeurs de Δt par \sqrt{N} , puis en multipliant par $\sqrt{3}$ (formule admise) :

```
Delta_Dt_moy = np.std(liste_Dt, ddof=1) / N**0.5 * 3**0.5
```

On obtient $\text{Delta_Dt_moy} = 0,44$ ms.

À la question 40, nous avons exprimé g en fonction des grandeurs d_1 , d_2 et $\overline{\Delta t}$. Ainsi, g est vu comme une fonction de ces grandeurs : $g(d_1, d_2, \overline{\Delta t})$. Cette fonction doit être utilisée pour en déduire l'incertitude-type $u(g)$ sur g , à partir de celles sur d_1 , d_2 et $\overline{\Delta t}$. La formule étant complexe, il est adéquat d'utiliser un processus aléatoire par tirage au sort (méthode parfois nommée "Monte Carlo").

```
d1 = 99e-3      # d1 en m
d2 = 632e-3     # d2 en m
Delta_d = 1e-3  # demi-étendue d'incertitude sur d1 et d2, en m
g_liste = []    # contiendra les valeurs de g calculées

for k in range(100000): # répétition des tirages au sort et calcul de g
    Dt_moy_k = np.random.uniform(Dt_moy-Delta_Dt_moy, Dt_moy+Delta_Dt_moy)
    d1_k =      # instruction 1
    d2_k =      # instruction 2

    g_liste.append(g(d1_k, d2_k, Dt_moy_k))

# instruction 3
```

Dans cet algorithme :

- Le module numpy est importé sous le nom `np`.
- La fonction `np.random.uniform(a,b)` tire au sort une valeur comprise entre `a` et `b` avec une probabilité uniforme.
- La fonction `g(d1_k, d2_k, Dt_moy_k)` est déjà supposée être définie, en accord avec la formule de la question 40. Elle retourne la valeur de g en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- La fonction `np.std(L)` retourne l'écart-type des valeurs d'une liste `L`.

44 - Proposer des instructions 1, 2 et 3 pour que le programme ci-dessus affiche l'incertitude-type sur la valeur mesurée de g .

Le programme retourne la valeur 0.045949. On ne gardera qu'un seul chiffre significatif sur cette valeur de $u(g)$.

45 - Quelle est l'unité de cette valeur ?

46 - Enfin, écrire le résultat final (valeur de g et de $u(g)$) de façon cohérente en terme de chiffres significatifs.

Dans les gravimètres absolus de pointe, la chute libre est suivie par un dispositif interférentiel. Ceci permet une mesure de g avec une incertitude-type de l'ordre de $1 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
