

C O N C O U R S A T S
-SESSION 2025-

É P R E U V E D E
S C I E N C E S
I N D U S T R I E L L E S
D E L'INGÉNIEUR

CALCULATRICE AUTORISÉE

CODE ÉPREUVE : 959

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 5H

Le sujet comporte les documents suivants :

- Le texte du sujet qui comprend 24 pages numérotées de Page 1 à Page 24
- 7 documents réponses numérotés DR1 à DR7 sur trois pages qui seront à joindre à la copie.

Les calculatrices sont autorisées.

Calculatrice électronique de poche – y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Tout document et tout matériel électronique sont interdits.

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

Recommandations générales

L'épreuve se compose de parties indépendantes. Dans chaque partie, certaines sous-parties sont elles-mêmes indépendantes. Les candidats sont donc invités, d'une part, à lire attentivement l'énoncé avant de commencer à composer et d'autre part, à bien répartir leur temps de composition entre les différentes parties. Pour chaque partie, il est demandé aux candidats de rédiger dans l'ordre proposé par le sujet. Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures, et qu'ils doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. Les candidats traceront tous les schémas ou chronogrammes qui leur permettront d'étayer leurs raisonnements.

CITROEN AMI

1. Présentation du système étudié

L'AMI est une voiture sans permis 100 % électrique à deux places du constructeur automobile français Citroën, produite et commercialisée à partir de mai 2020.

Elle permet un déplacement urbain et écologique, puisque sans production de gaz à effet de serre (GES), pour 2 personnes. L'âge de conduite minimum est de 14 ans, l'AMI étant considérée comme un quadricycle léger à moteur.



Figure 1 : voiture AMI

Le fonctionnement général de la voiture est donné sur le document technique DT1. Deux diagrammes SysML sont également fournis pour décrire l'utilisation de l'AMI (figure 2) et définir certaines exigences (figure 3).

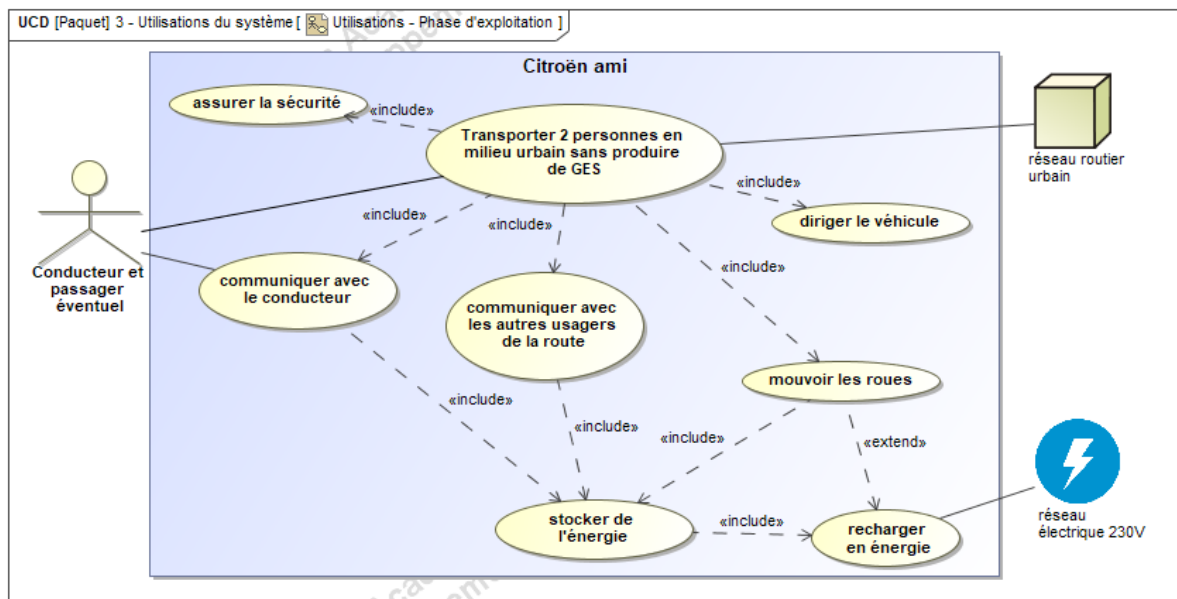


Figure 2 : diagramme des cas d'utilisation

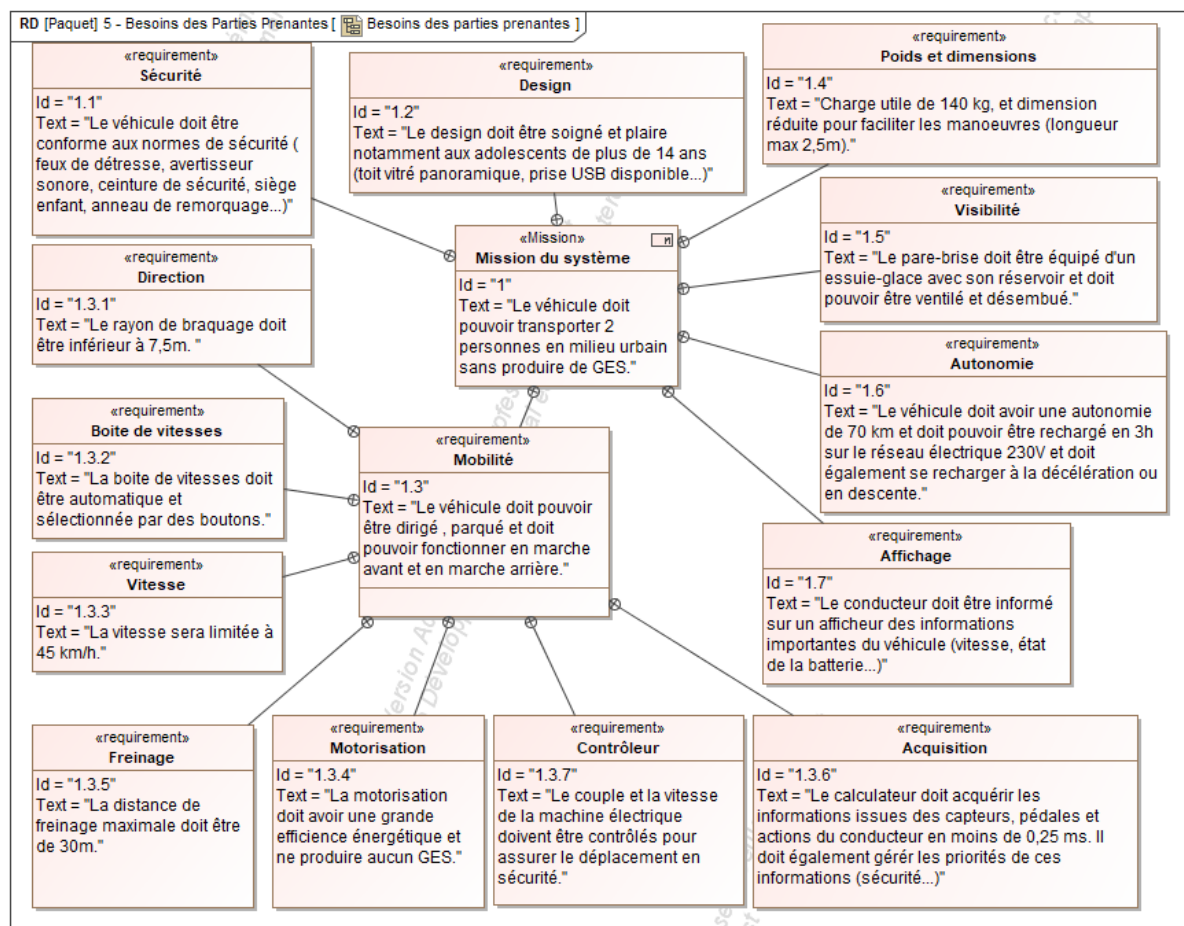


Figure 3 : diagramme des exigences

2. Validation de l'exigence 1.3.2

Objectif : valider le fonctionnement séquentiel de la Citroën AMI équipée d'une boîte de vitesse automatique.

La mise en route de la Citroën AMI suit une séquence précise qui permet de sécuriser le démarrage du véhicule. De plus, AMI étant équipée d'une boîte de vitesse automatique, il est nécessaire de prendre en compte la gestion de ce composant dans le programme de mise en route.

Afin de démarrer le véhicule, il est nécessaire de suivre la séquence suivante :

- déverrouillage et ouverture des portes avec la clef ;
- déblocage du volant en tournant la clef d'un demi-tour dans le dispositif d'antivol de la colonne de direction ;
- mise en route de l'ordinateur de bord en tournant la clef d'un quart de tour supplémentaire ;
- appui sur le frein à pied ;
- choix de la vitesse de départ (D=marche avant, N= point mort, R=marche arrière) ;
- déverrouillage du frein à main ;
- relâchement du frein à pied ;
- déplacement contrôlé à l'aide de l'accélérateur.

Le diagramme d'état de la figure 4 modélise la séquence précédente accompagnée de tous les autres éléments nécessaires à la mise en route du véhicule. Les différents voyants indiqués dans le diagramme d'états sont présents sur l'afficheur du tableau de bord de la Citroën AMI représenté sur la figure 5.

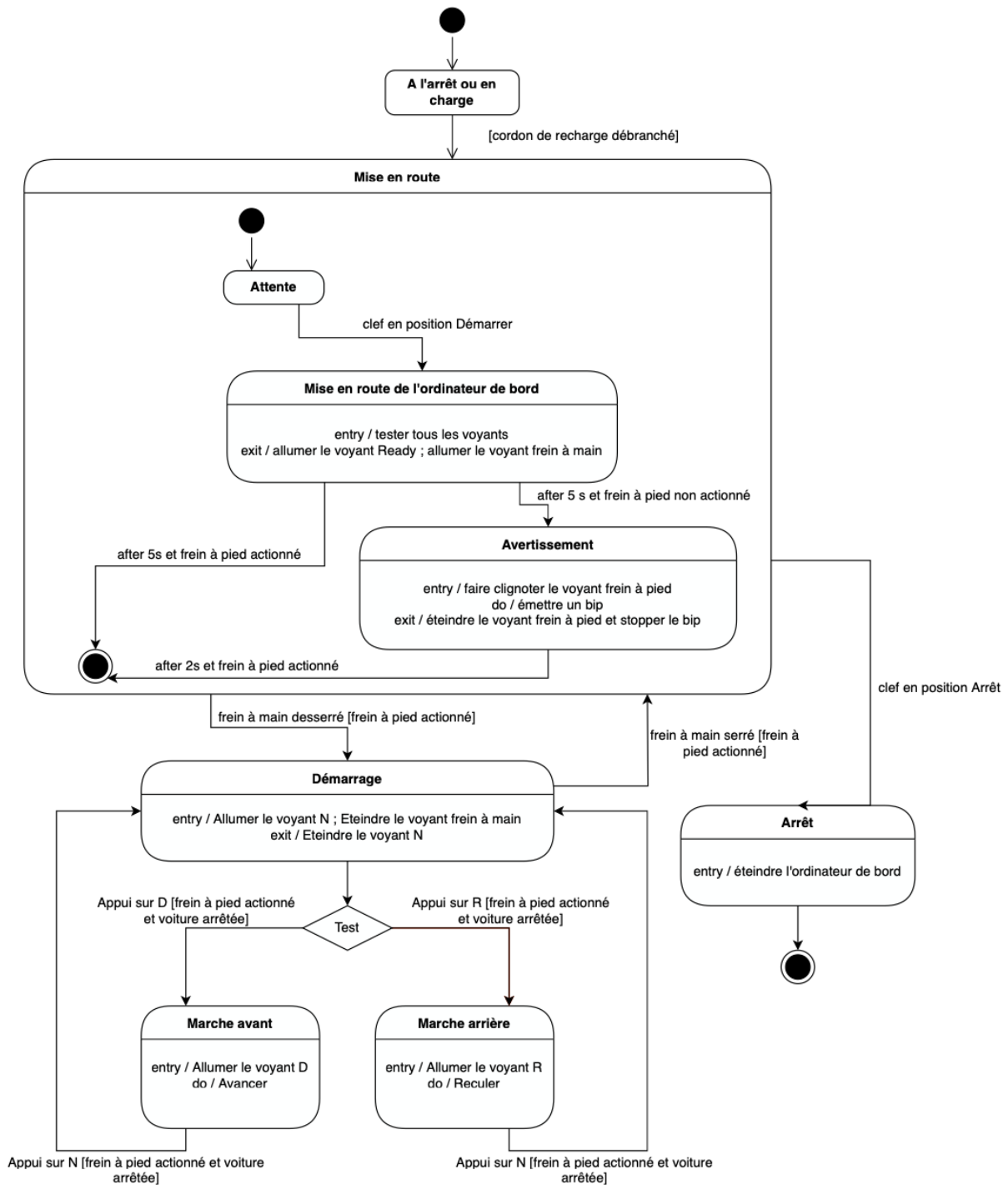


Figure 4 : diagramme d'état de la mise en route de la Citroën AMI

(respectivement $(A', \vec{z}_1)$) avec les ensembles roue avant droite 2 et gauche 2'. Les roues avant droite 2 et gauche 2' sont en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z}_1)$ (respectivement $(O'_2, \vec{z}_1)$) avec le châssis.

On pose :

$\overrightarrow{O_2A} = a \cdot \vec{y}_g$	$\overrightarrow{AB} = -l \cdot \vec{x}_4$	$\overrightarrow{A'B'} = -l' \cdot \vec{y}'_4$
$\overrightarrow{O'_2A'} = -a \cdot \vec{y}_d$	$\overrightarrow{O_2O'_2} = d \cdot \vec{y}_1$	$\overrightarrow{BB'} = L \cdot \vec{y}_1$
$\overrightarrow{OB} = -y(t) \cdot \vec{y}_1$	$\overrightarrow{OH} = e \cdot \vec{x}_1$	$\overrightarrow{O_2H} = \frac{d}{2} \cdot \vec{y}_1$

Les différentes bases liées aux solides, nécessaires aux calculs, sont repérées par les figures de changement de base de la figure 7 :

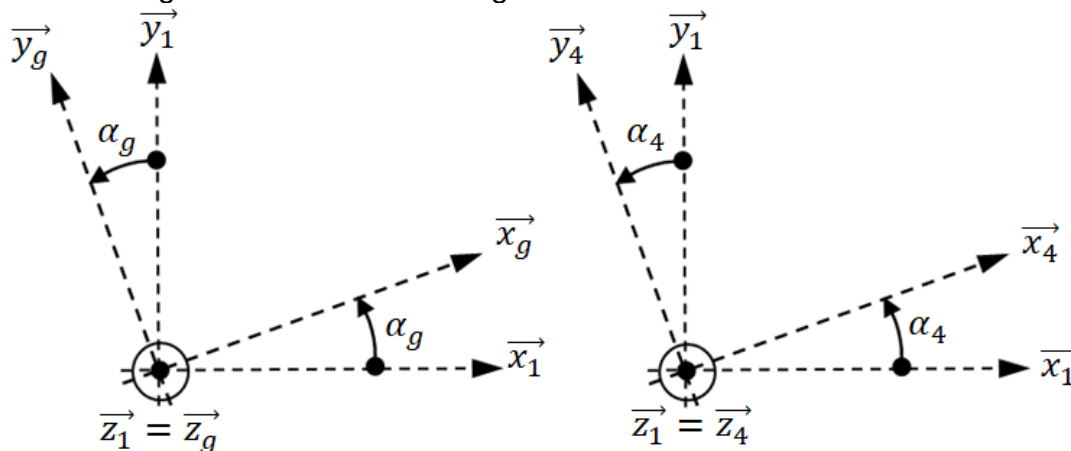


Figure 7 : figures de changement de base

Q2. Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme de la direction représenté sur la figure 6 en complétant de document-réponse DR2.

Q3. Déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme.

Q4. Proposer une (des) modification(s) de liaison(s) afin de rendre le modèle isostatique.

Le rayon de braquage du véhicule dépend de l'angle de braquage des roues avant, il faut donc pouvoir déterminer l'amplitude de ces angles lors de la rotation de 2 tours du volant.

Q5. Ecrire la fermeture géométrique vectorielle $\{OBAO_2HO\}$.

Q6. Projeter cette équation vectorielle dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ afin de déterminer deux équations scalaires reliant les données géométriques du problème.

Q7. En déduire l'expression de $y(t)$ en fonction de $\alpha_g(t)$ et des constantes du problème.

L'inversion de cette équation non-linéaire ne peut être facilement réalisée analytiquement. Un modèle numérique permettra de déterminer l'évolution des angles de braquage en fonction d'une rotation à gauche du volant de 1 tour à partir de la position centrale. On se propose d'utiliser un algorithme de résolution par dichotomie pour déterminer l'angle de la roue gauche $\alpha_g(t)$ en fonction du déplacement de la crémaillère $y(t)$. Le pseudo-code du programme répondant à cette problématique est présenté sur le document technique DT3.

Nous considérerons que la position centrale du volant, et donc de la crémaillère, correspond au couple de valeurs : ($\alpha_g = 0^\circ$, $y = 200 \text{ mm}$). La rotation du volant se fait vers la gauche, pour un tour entier. On rappelle que le rayon de la crémaillère vaut 15mm.

Q8. Indiquer les valeurs de a et b à prendre au début de l'algorithme de dichotomie afin de déterminer α_g pour une rotation du volant d'un tour entier vers la gauche.

Q9. Expliquer le rôle de la variable ε dans l'algorithme.

Afin de déterminer toutes les valeurs de α_g lors de la rotation du volant, il faut appliquer l'algorithme de dichotomie successivement pour plusieurs valeurs de y et stocker toutes les valeurs renvoyées.

Q10. Indiquer les valeurs extrêmes (y_{min} , y_{max}) à prendre pour déterminer toutes les valeurs de α_g lors du déplacement de la crémaillère.

Le résultat de cette simulation numérique permet de tracer l'évolution des angles α_d et α_g en fonction du déplacement de la crémaillère y représentées sur les courbes de la figure 8.

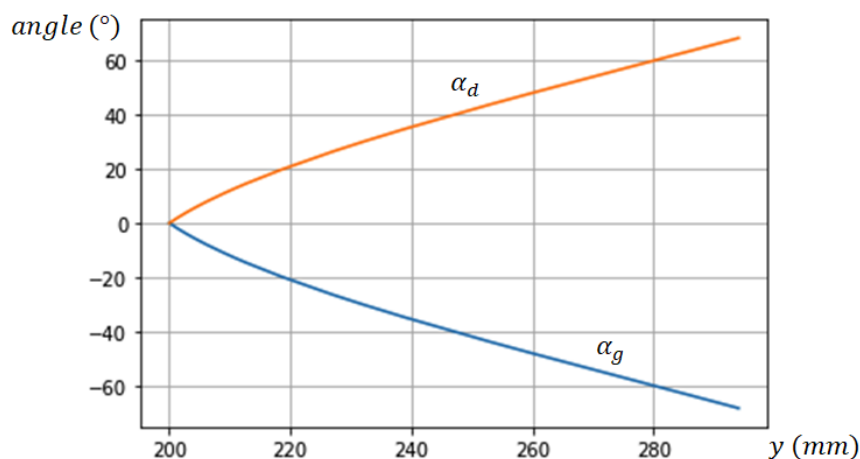


Figure 8 : évolution des angles α_d et α_g en fonction du déplacement de la crémaillère y

Q11. Déterminer les angles de braquage maximal des roues avant.

Sur la Citroën AMI, les roues avant sont directrices et motorisées. Lors d'un virage, les vitesses des roues s'adaptent automatiquement afin d'assurer en permanence le roulement sans glissement. Les roues arrières sont non motorisées et non directrices. Un différentiel mécanique permet d'assurer la compatibilité des vitesses de rotation des roues avant avec la condition de roulement sans glissement.

Supposons une prise de virage vers la gauche du véhicule. Le modèle mécanique de cette étude de cas est représenté sur la figure 9.

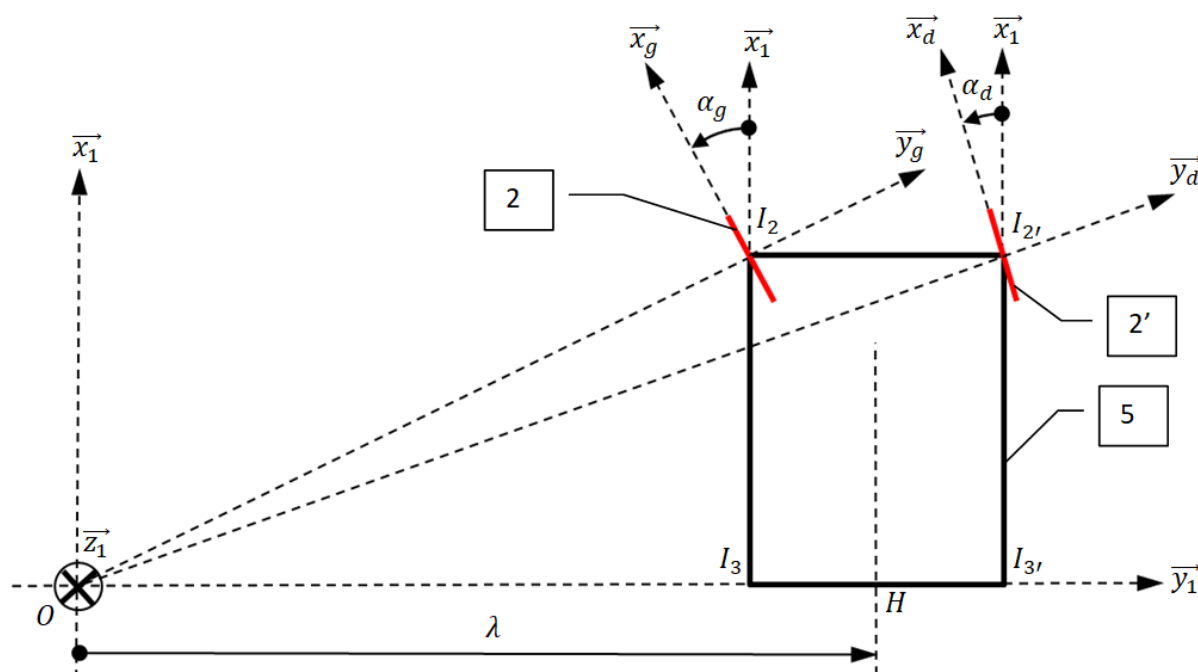


Figure 9 : modèle mécanique pour un virage vers la gauche

Le mouvement de la roue avant gauche par rapport au châssis est modélisé par le torseur cinématique suivant : $\{V_{2/5}\} = \begin{Bmatrix} \omega_g \cdot \vec{y}_g \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_2}$ avec ω_g vitesse angulaire de la roue gauche par rapport au châssis 5.

Le mouvement de la roue avant droite par rapport au châssis est modélisé par le torseur cinématique suivant : $\{V_{2'/5}\} = \begin{Bmatrix} \omega_d \cdot \vec{y}_d \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_{2'}}$ avec ω_d vitesse angulaire de la roue droite par rapport au châssis 5.

Le mouvement du châssis 5 du véhicule par rapport au sol 0 est représenté par le torseur cinématique suivant : $\{V_{5/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{50} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$ avec ω_{50} vitesse angulaire du châssis par rapport au sol.

Il s'agit d'une rotation autour du point O. Pour assurer ce virage, le conducteur actionne la colonne direction en orientant les roues avant 2 et 2' d'un angle de braquage α_g et α_d par rapport au châssis.

Il sera supposé dans toute cette partie que la condition de roulement sans glissement est assurée pour tous les points de contact entre les 4 roues et le sol en I_2 , $I_{2'}$, I_3 et $I_{3'}$. Les centres des roues sont notés O_2 , $O_{2'}$, O_3 et $O_{3'}$. Le rayon de braquage du véhicule est la longueur $\|\vec{OH}\| = \lambda$.

On pose :

$\overrightarrow{I_2 I_{2'}} = d \cdot \overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{OH} = \lambda \cdot \overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{I_3 I_{2'}} = L \cdot \overrightarrow{x_1}$
$\overrightarrow{I_3 I_{3'}} = d \cdot \overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{I_3 I_2} = L \cdot \overrightarrow{x_1}$	$\overrightarrow{HI_{3'}} = \frac{d}{2} \cdot \overrightarrow{y_1}$
$\overrightarrow{I_2 O_2} = \overrightarrow{I_{2'} O_{2'}} = -R \cdot \overrightarrow{z_1}$	$\overrightarrow{I_3 O_3} = \overrightarrow{I_{3'} O_{3'}} = -R \cdot \overrightarrow{z_1}$	$\overrightarrow{I_2 O} = -l \cdot \overrightarrow{y_g}$ $\overrightarrow{I_{2'} O} = -l' \cdot \overrightarrow{y_d}$

Avec $L = 1,85 \text{ m}$ et $d = 1,23 \text{ m}$.

Q12. Déterminer $\tan \alpha_g$ et $\tan \alpha_d$ en fonction de d , L et λ .

Q13. En déduire les valeurs numériques de α_d et α_g pour assurer un rayon de braquage $\lambda = 7,5 \text{ m}$.

Q14. Comparer vos résultats aux valeurs déterminées à la question 11 et conclure sur le respect de l'exigence 1.3.1.

Q15. En écrivant la condition de roulement sans glissement en I_2 , déterminer l'expression de la vitesse angulaire de la roue avant gauche 2, notée ω_g , en fonction de la vitesse angulaire du véhicule par rapport au sol ω_{50} et des longueurs R et l .

Q16. En déduire, sans calcul, l'expression de la vitesse angulaire de la roue avant droite 2', notée ω_d , en fonction de la vitesse angulaire du véhicule par rapport au sol ω_{50} et des longueurs R et l' .

Q17. Déterminer alors le rapport des vitesses entre les roues gauche et droite noté $\frac{\omega_g}{\omega_d}$ en fonction de α_d et α_g . Conclure sur le rôle du différentiel pour respecter l'exigence 1.3.1.

4. Validation de l'exigence 1.3.7

Objectif : valider le fonctionnement de la machine et du contrôleur associé afin de répondre aux exigences de mobilité souhaitées en vitesse et en couple. On s'intéresse à un fonctionnement en ligne droite et sans pente.

La machine choisie est un alerno-démarrreur triphasé de type brushless à courroie, de marque Valeo (figure 10). Elle est alimentée à partir d'une batterie de traction Lithium-ion (48V et 5,35 kWh) de marque E4V via un contrôleur intégré. Le diamètre des roues de l'AMI est de 55 cm.



Le contrôleur permet le contrôle du moteur avec un onduleur de tensions triphasées commandé en modulation de largeur d'impulsion afin d'obtenir un courant sinusoïdal dans les enroulements.

Figure 10 : alerno-démarrreur

Le moteur est équipé d'un capteur de position angulaire.

On négligera le couple de pertes de la machine (pertes ferromagnétiques et pertes mécaniques).

Les caractéristiques du moteur sont données dans le tableau 1 et la chaîne de puissance est représentée sur la figure 11.

Grandeur	Unité	Valeur
Vitesse maximale	tr/min	20000
Puissance nominale	kW	9
Couple moteur maximum	Nm	65
Constante de force électromotrice (fem) K_E	Vs/rad	1/30
Constante de couple K_T	Nm/A	0,1
Résistance d'un enroulement	m Ω	37
Réactance cyclique d'un enroulement	m Ω	172
Nombre de paires de pôles		1

Tableau 1 : Caractéristiques nominales du moteur utilisé

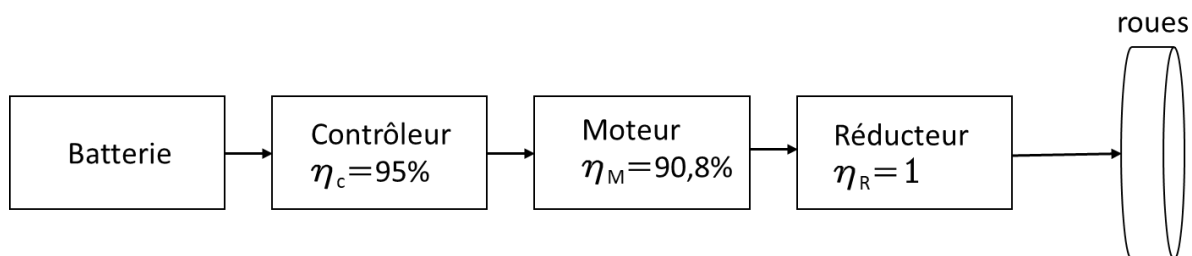


Figure 11 : chaîne de puissance

Pour cette machine électrique, on peut exprimer le couple électromagnétique C_{em} à partir du modèle de Behn-Eschenburg (figure 12) représentant un des enroulements du moteur en adoptant les grandeurs suivantes :

- E force électromotrice (V)
- R résistance d'un enroulement (Ω)
- X réactance cyclique d'un enroulement (Ω)
- V tension aux bornes d'un enroulement (V)
- I courant dans un enroulement (A)

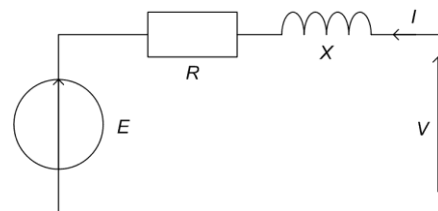


Figure 12 : Modèle de Behn-Eschenburg

Q18. Écrire la loi des mailles en notation complexe puis dessiner le diagramme de Fresnel correspondant avec ψ l'angle entre $\underline{I}$ et $\underline{E}$ et φ l'angle entre $\underline{I}$ et $\underline{V}$.

Q19. Exprimer la puissance P_e absorbée par le moteur puis les pertes joule P_j en fonction des grandeurs électriques et des éléments du modèle.

Q20. Montrer en exprimant la puissance électromagnétique P_{em} en fonction de P_e et P_j que $P_{em} = 3 \cdot E \cdot I \cdot \cos \psi$ puis montrer que $C_{em} = 3 \cdot K_E \cdot I \cdot \cos \psi$ avec ω_m vitesse de rotation en rad/s.

Q21. Donner l'intérêt d'un réglage de l'angle ψ à 0° pour notre véhicule. Donner dans ce cas l'expression de C_{em} et vérifier que $K_T = 3 \cdot K_E$.

Des relevés (figure 13) ont été obtenus par mesures via une valise diagnostic pendant une phase de fonctionnement en ligne droite sans pente. En encadré les valeurs en régime permanent à la vitesse maximale de 45 km/h.

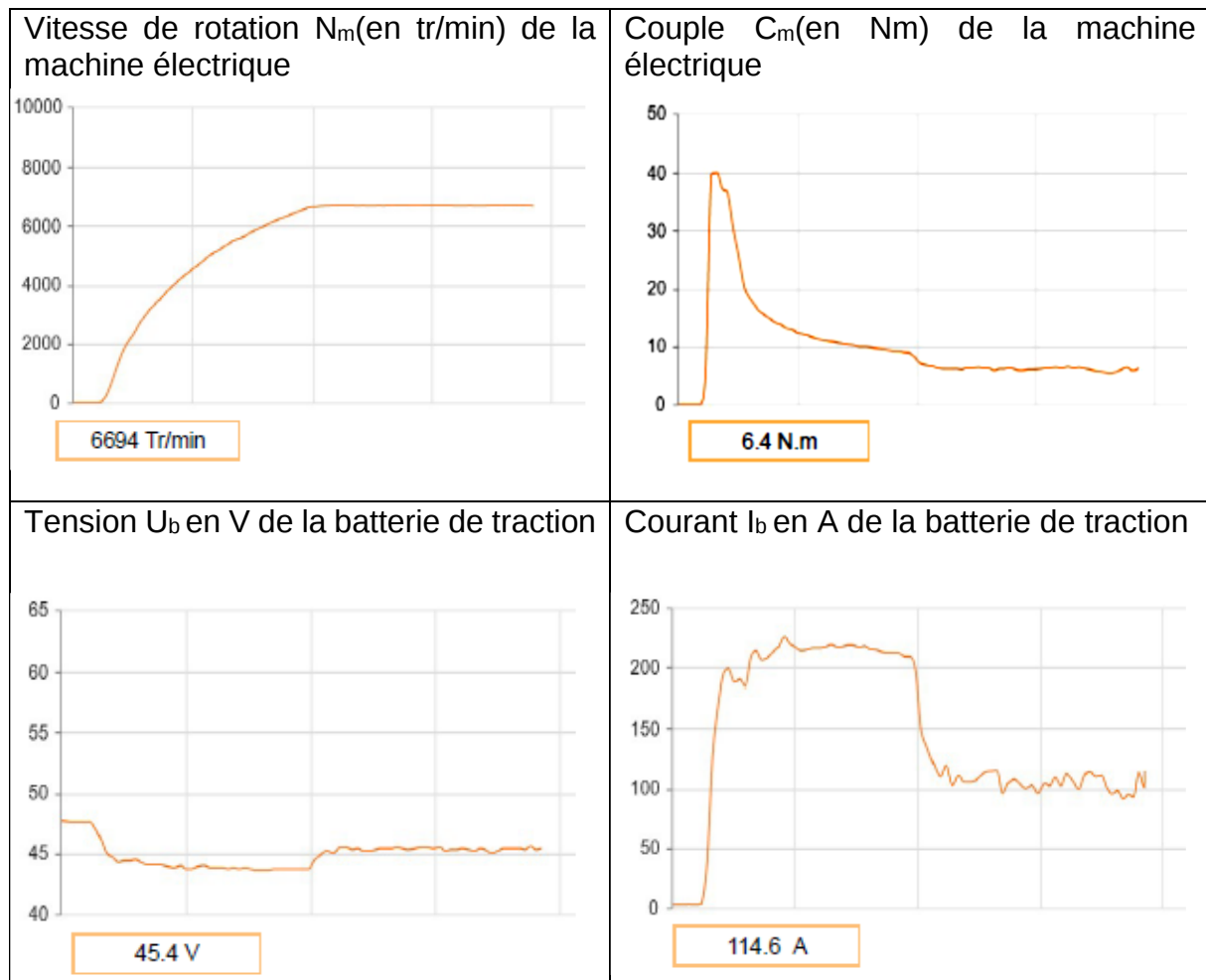


Figure 13 : résultats des essais

Q22. Déterminer la vitesse de rotation de la roue N_r (tr/min) et en déduire le rapport de réduction global de la transmission.

Q23. À partir des relevés donnés (ligne droite) et des valeurs relevées en régime permanent correspondant à la vitesse de 45 km/h, remplir sur le document réponse DR3 les valeurs manquantes (sauf celles de V et I) en calculant les puissances demandées.

Q24. Déduire des valeurs précédentes la valeur de P_{em} et celle de I . En déduire la valeur des pertes joule P_j .

Q25. Dessiner le diagramme de Fresnel avec $\psi = 0$, calculer E puis en déduire la valeur de V dans ce cas d'étude. Reporter les valeurs de V et I sur le DR3.

Q26. En déduire le facteur de puissance $\cos \varphi$. Vérifier la valeur de P_e et déterminer la valeur de l'inductance cyclique d'un enroulement.

Une limitation de courant est mise en place comme on peut le constater sur l'allure de la courbe du courant dans la batterie.

Q27. Conclure en indiquant quelles grandeurs doivent varier pour contrôler la vitesse et le couple moteur et expliquer les conséquences de la limitation en courant sur la dynamique du véhicule.

5. Validation de l'exigence 1.6 de rechargement de l'AMI

L'AMI peut être rechargée soit en fonctionnement dans une phase de freinage ou décélération, soit directement à l'arrêt en se raccordant à une prise réseau 230V protégée par un disjoncteur 16A.

Le schéma de principe des éléments de recharge est donné sur la figure 14.

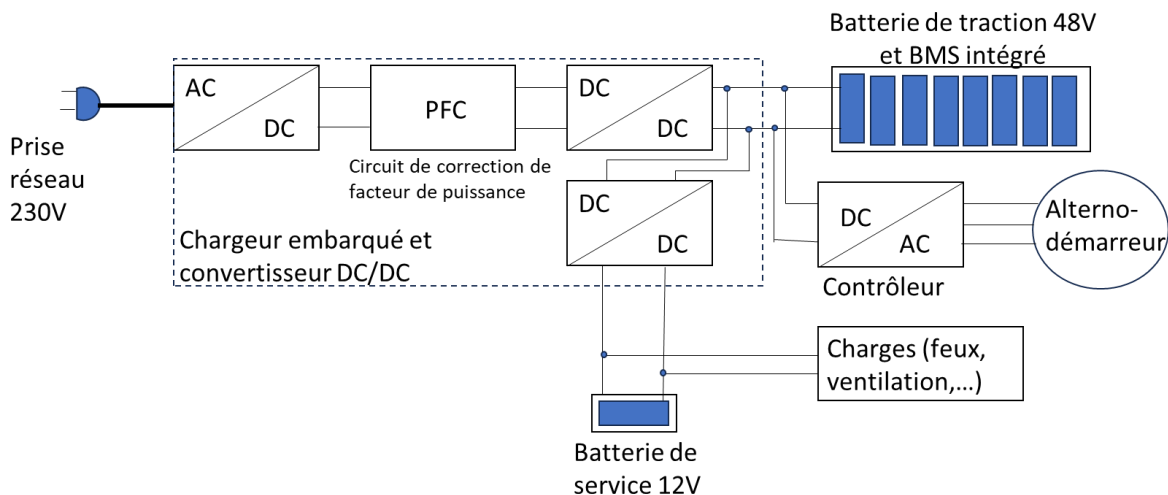


Figure 14 : Schéma de principe

Q28. Sur le document réponse DR4, surligner le sens de passage de l'énergie dans le cas de la recharge via le réseau, puis dans le cas d'une recharge en phase de décélération (couleurs différentes et légendées). Dans ce second cas, préciser dans quel mode fonctionne la machine électrique et quel rôle joue le contrôleur.

En recharge sur le réseau, on observe l'oscillogramme de la figure 15 avec en voie A la tension réseau $v_{res}(t)$ et en voie B le courant appelé sur le réseau $i_{res}(t)$.

La puissance instantanée fournie par le réseau est appelée $p_{res}(t)$.

Q29. Expliquer en observant le relevé le rôle du circuit de correction du facteur de puissance et son intérêt.

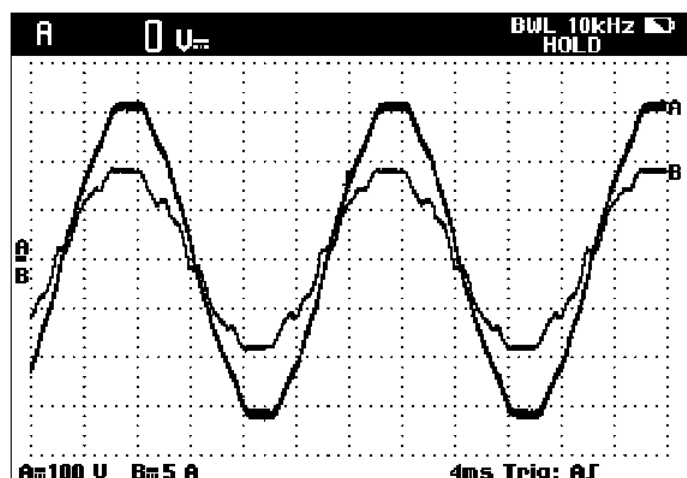


Figure 15 : oscillogrammes

Des mesures réalisées à la pince wattmétrique donnent :

$V_{res} = 227V$ $I_{res} = 6,14A$ $P_{res} = 1,39 kW$.

On donne simultanément les grandeurs électriques fournies dans ce cas à la batterie de traction : $U_b = 49 V$ $I_b = -26,6 A$.

Q30. En déduire le rendement du chargeur embarqué puis déterminer le temps nécessaire pour charger la batterie sachant que la profondeur de décharge maximale autorisée par le BMS (Battery Management System) est de 80% afin de garder une durée de vie maximale.

Q31. Conclure sur l'exigence 1.6.

6. Validation de l'exigence 1.3.6 d'acquisition de l'information des pédales

Il est important pour le fonctionnement d'acquérir l'information des pédales d'accélérateur (figure 16) et de frein. En effet un appui sur le frein coupe automatiquement l'alimentation du moteur et permet de passer en mode de récupération d'énergie. Pour la pédale d'accélérateur, deux capteurs sont installés : le premier (tout ou rien) permet de savoir si on appuie sur la pédale et le second analogique permet de savoir si on appuie ou si on relâche un peu la pédale. En effet dans ce dernier cas, on passe également en mode de récupération d'énergie.



Figure 16 : pédale d'accélérateur

Le capteur analogique est de type potentiométrique rotatif alimenté en 12V. La tension de sortie augmente lorsqu'on appuie sur la pédale.

Son étendue de mesure angulaire est de 0 à 40° et son étendue de mesure électrique est de 0 à 12V. L'angle de 40° correspond donc à un appui total sur la pédale.

Les vibrations de la route pouvant perturber le signal issu du capteur potentiométrique, il est nécessaire de lui intégrer un filtre passe-bas respectant le gabarit donné sur la figure 17.

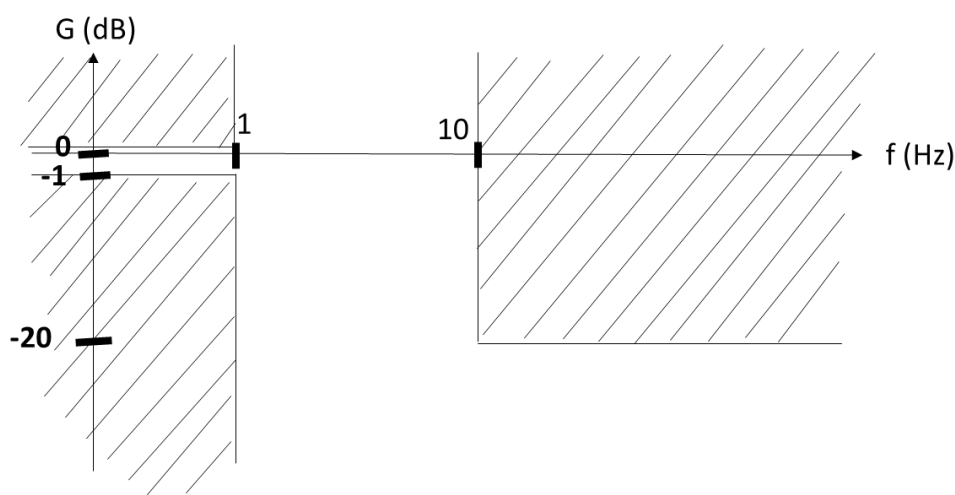


Figure 17 : gabarit du filtre

Q32. Expliquer pourquoi une solution de type passe-bas du 1er ordre ne peut pas convenir.

Q33. Donner la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du second degré sous forme normalisée avec un gain statique de 1 en nommant les paramètres caractéristiques.

Ce filtre est mis en place et on suppose que le coefficient d'amortissement $z = 0,8$ et qu'à la fréquence de 10 Hz, le gain en décibel $G_{dB} = -20$ dB.

Q34. Par méthode graphique, en utilisant un tracé à faire sur le DR5, déterminer la fréquence de coupure f_0 puis vérifier pour $f = 1$ Hz si le gabarit est respecté.

Un convertisseur analogique - numérique 0-12V sur 8 bits traduit ensuite l'information de tension filtrée en un mot numérique $(N)_{10}$.

Q35. Calculer la précision obtenue en degrés (sans arrondir le résultat) sur la position de la pédale.

On désire que l'information de relâche de la pédale d'accélérateur soit envoyée dès qu'on observe 2° d'écart. On suppose la position initiale de 20° .

Q36. Calculer la valeur initiale de N , puis exprimer la valeur de N déclenchant le mode de récupération d'énergie.

Le calculateur doit ensuite récupérer les informations issues des capteurs puis, après traitement, envoyer l'information de passage en mode récupération d'énergie via le bus CAN du véhicule.

En effet, le calculateur à partir de l'ensemble des informations va contrôler la chaîne de traction électrique, permettre son activation, détecter son activation/désactivation, déterminer la présence et gérer les demandes du conducteur, informer le conducteur, contrôler l'énergie électrique du véhicule, commander le dégivrage avant, gérer les modes de conduite, gérer l'éclairage et la signalisation, gérer l'essuyage et le lavage.

Le principe du bus CAN est donné dans le document technique DT2. La vitesse de transmission est de 500 kbps.

Q37. Indiquer le nombre de nœuds (ou constituants) pouvant communiquer sur ce bus CAN, puis estimer le temps maximal entre le début d'envoi d'une trame et la suivante pour envoyer un octet de données issues de la position de la pédale.

La trame envoyée (figure 18) est la suivante pour un seul octet de données issues de la pédale d'accélérateur :

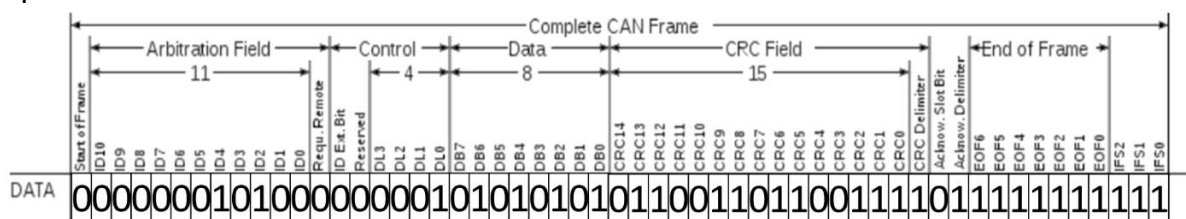


Figure 18 : trame CAN

Q38. Donner la valeur décimale de l'identifiant correspondant à la pédale, puis la valeur décimale de l'octet de données. En déduire la position en degrés de la pédale pour cette valeur.

Q39. Dessiner les tensions $V_{CAN\ High}$ et $V_{CAN\ Low}$ sur le DR6 en graduant bien les axes (niveaux de tension et temps).

Q40. Conclure sur la validation de l'exigence 1.3.6.

7. Validation de l'exigence 1.3.3

Objectif : valider la motorisation sur un trajet en pente et dans une phase d'accélération.

Afin de valider la motorisation, nous proposons d'élaborer un modèle dynamique de l'AMI. L'étude se portera sur un trajet en ligne droite et sur un sol pentu. Le modèle d'étude est proposé sur la figure 19.

L'AMI est modélisé par un châssis 5, équipé de deux essieux. L'essieu avant 2 est en liaison pivot avec le châssis et est motorisé. L'essieu arrière 3 est en liaison pivot avec le châssis et est non motorisé. Les efforts pris en compte dans cette étude sont la pesanteur, l'effort moteur, les frottements sur le sol ainsi que les effets aérodynamiques.

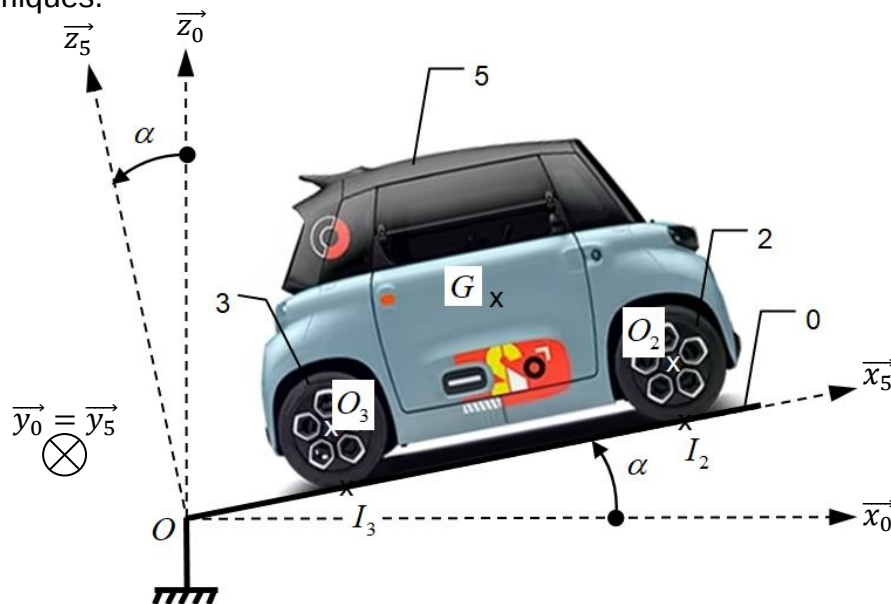


Figure 19: modèle pour l'étude dynamique de l'AMI

Données :

- le châssis 5 est de masse m_5 , de centre de gravité G ;
- l'essieu avant 2 est de masse m_2 , de centre de gravité O_2 et de moment d'inertie J_2 autour de l'axe $(O_2, \vec{y}_0)$;
- l'essieu arrière 3 est de masse m_3 , de centre de gravité O_3 et de moment d'inertie J_3 autour de l'axe $(O_3, \vec{y}_0)$.

Hypothèses :

- $\vec{z}_0$ est vertical ascendant ;
- le repère lié au sol $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est galiléen ;
- les roues roulent sans glisser sur le sol en I_2 et I_3 ;
- le déplacement du véhicule est suivant $+\vec{x}_5$;
- toutes les liaisons sont parfaites à l'exception du contact entre les roues avant et le sol et la liaison pivot entre l'essieu avant et le châssis.

Le mouvement du véhicule par rapport au sol est imposé par le torseur cinématique suivant : $\{V_{5/0}\} = \left\{ \begin{matrix} V \cdot \vec{x}_5 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$. On note ω_{25} la vitesse angulaire des roues avant par rapport au châssis et ω_{35} la vitesse angulaire des roues arrière par rapport au châssis. Avec dans notre cas, $\omega_{25} = \omega_{35} = \omega$.

Liaison pivot essieu avant / châssis :

La liaison pivot entre l'essieu avant et le châssis est considérée non parfaite. L'action de frottement dans cette liaison est modélisé par un couple constant sur l'axe :

$$\{T_{f \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_f \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{O_2} \text{ avec } C_f < 0.$$

Contact sol/ roues avant :

Les contacts au sol des roues avant sont modélisés avec du frottement sec de modèle de Coulomb. Ainsi l'effort de contact entre le sol 0 et l'essieu avant 2 est modélisé par le torseur suivant : $\{T_{0 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{matrix} T_2 \cdot \vec{x}_5 + N_2 \cdot \vec{z}_5 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{I_2}$. Le facteur de frottement entre le sol et les roues est noté μ avec $\mu = 0,9$.

Couple moteur sur les roues avant :

L'énergie mécanique de rotation développée par le moteur est transmise à l'essieu avant via la transmission et le différentiel. Le couple moteur exercé par le différentiel sur l'essieu avant est noté C_{roue} .

L'effort moteur sur l'essieu avant 2 est donc modélisé par le torseur couple suivant :

$$\{T_{m \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_{roue} \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{O_2}.$$

Effets aérodynamiques :

Les effets aérodynamiques exercent une résistance à l'avancement proportionnel au carré de la vitesse du véhicule par rapport au sol. Ainsi, cet effort sera modélisé par le torseur suivant : $\{T_{aero \rightarrow (5,2,3)}\} = \left\{ \begin{matrix} -K \cdot V^2 \cdot \vec{x}_5 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$. Le centre de poussée C est tel que $\vec{GC} = c \cdot \vec{z}_5$. Le coefficient K sera considéré constant pendant l'étude.

L'ensemble des valeurs numériques des données nécessaires sont portées dans le tableau 2 :

$M = m_5 + m_2 + m_3 = 640 \text{ kg}$	$J_3 = 0,5 \text{ kg.m}^2$	$J_2 = 1,5 \text{ kg.m}^2$
$K = 0,2 \text{ N.m}^{-1}.\text{s}^2$	$\alpha = -3^\circ$	$R = 0,275 \text{ m}$
$C_f = -3 \text{ N.m}$	$\mu = 0,9$	

Tableau 2 : données numériques

Lors d'un essai sur route, on mesure une vitesse de rotation du moteur de 6694 tr/min pour une vitesse du véhicule de 45 km/h.

Q41. *Rappeler la valeur numérique du rapport de la transmission $r = \frac{V}{\omega_{\text{moteur}}}$.*

Q42. *Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble $\Sigma = (5,2,3)$. En déduire l'expression de la masse équivalente M_{eq} ramenée sur la direction d'avancement en fonction des données.*

Q43. *Effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures au système isolé $\Sigma = (5,2,3)$. Ecrire ce bilan sous la forme de torseurs exprimés au point et dans la base de votre choix.*

Q44. *En déduire l'expression de la puissance extérieure développée sur le système $\Sigma = (5,2,3)$.*

Q45. *Effectuer le bilan des actions mécaniques intérieures au système isolé $\Sigma = (5,2,3)$. Ecrire ce bilan sous la forme de torseurs exprimés au point et dans la base de votre choix.*

Q46. *Déterminer la puissance des efforts intérieurs au système isolé $\Sigma = (5,2,3)$.*

Q47. *En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\Sigma = (5,2,3)$, déterminer l'expression du couple sur les roues C_{roue} et la mettre sous la forme suivante : $C_{roue} = A \cdot \frac{dV}{dt} + B \cdot V^2 + C$. Vous déterminerez les trois constantes A , B et C en fonction des constantes du problème.*

Le modèle dynamique ainsi obtenu, nous cherchons, à vérifier la valeur maximale du couple moteur à fournir dans la phase d'accélération. Nous opterons pour une loi de vitesse trapézoïdale théorique suivante (figure 20) :

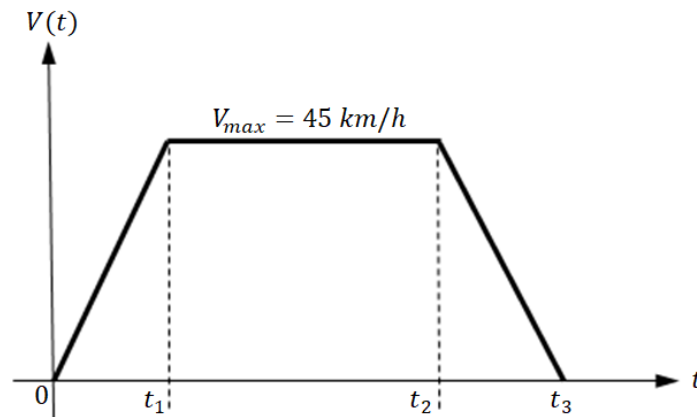


Figure 20 : loi de vitesse trapézoïdale

Le constructeur indique que le 0-45 km/h est réalisé en 10s.

Q48. Déterminer la valeur de l'accélération du véhicule $\gamma = \frac{dV}{dt}$ dans la première phase du mouvement.

Q49. En justifiant l'instant choisi, déterminer la valeur maximale du couple sur les roues C_{roue} à fournir pour suivre la loi de vitesse. Faire l'application numérique.

On suppose que le rendement de la transmission est unitaire.

Q50. A partir des données du constructeur données dans le tableau 1, conclure sur la capacité du moteur à respecter le 0-45 km/h en 10 s et donc à respecter l'exigence 1.3.3.

Dans la réalité, le véhicule ne peut pas suivre exactement une loi de vitesse en trapèze telle que la figure 20. Ainsi, nous souhaitons valider le modèle mécanique sur une situation plus réaliste. Un essai sur une route de pente $\alpha = -3^\circ$ a été réalisé et les relevés de la figure 21 ont été délivrés par l'ordinateur de bord. La vitesse finale atteinte est de 45 km/h car le véhicule est bridé à cette vitesse.

De plus, sur la figure 22, on retrouve les résultats en couple et en vitesse issus d'une simulation numérique d'un modèle recalé prenant en compte les pertes dans la transmission. Le couple simulé est obtenu à partir de l'évolution de la vitesse conforme à l'essai sur route.

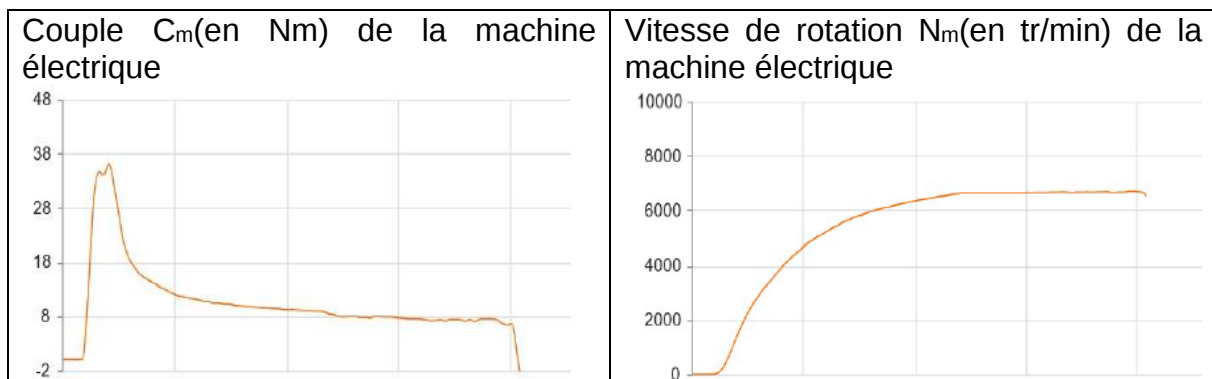


Figure 21 : relevés expérimentaux sur une pente de $\alpha = -3^\circ$

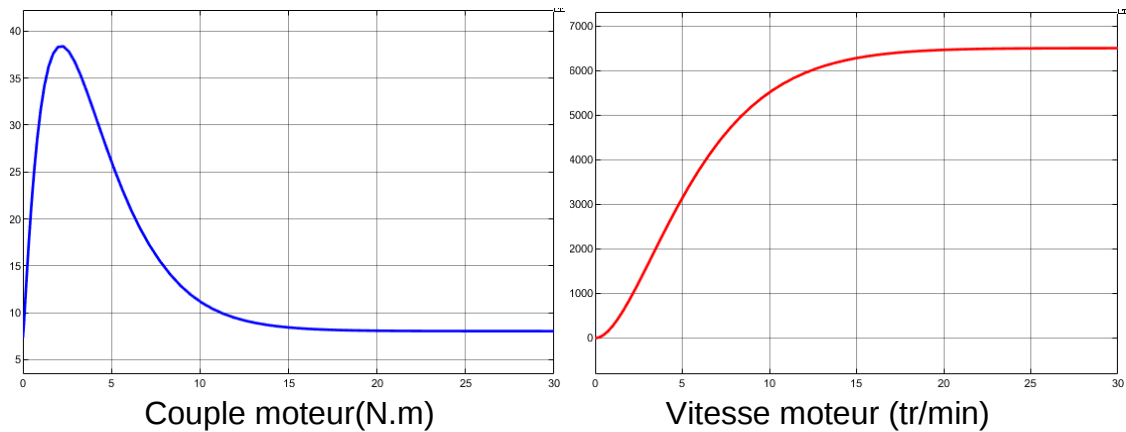


Figure 22 : relevés simulés sur une pente de $\alpha = -3^\circ$

Q51. Comparer les résultats expérimentaux et simulés en régime transitoire et en régime permanent en indiquant sur le document-réponse DR7 les éléments suivants :

- la phase d'accélération ;
- la phase de vitesse constante ;
- le couple maximal ;
- la vitesse en régime permanent ;
- le couple en régime permanent.

Q52. Conclure ainsi sur la validité du modèle en apportant deux propositions d'améliorations.

8. Contrôle du couple moteur pour valider l'exigence 1.3.3

Objectif : valider les performances de la boucle de courant pour contrôler la vitesse et le couple du moteur.

C'est le contrôle du couple instantané C_{em} du moteur qui permet de contrôler la vitesse et le couple, y compris en régime transitoire. Ce contrôle est délicat puisqu'il dépend des courants instantanés des 3 phases et de la position du rotor obtenue par le traitement des signaux issus du capteur angulaire.

On préfère alors utiliser une commande plus rapide et plus efficace qui se ramène à l'étude d'un cas diphasé fictif équivalent grâce à un modèle mathématique adapté (transformation de Park) dans le plan « dq » (d pour direct et q pour quadrature).

Afin de minimiser les pertes Joule avec un courant I minimum correspondant à un angle $\psi = 0$, on choisit alors d'asservir le courant $i_d(t)$ à une valeur nulle.

On obtient alors les équations suivantes en négligeant les frottements :

$$V_q(t) = R_{eq} \cdot i_q(t) + L_{eq} \cdot \frac{di_q(t)}{dt} + K_E \cdot \omega_m(t) \quad (\text{équation 1})$$

$$C_{em}(t) = K_T \cdot i_q(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (\text{équation 2})$$

Avec :

- L_{eq} (H) : Inductance équivalente d'induit sur l'axe d supposée égale à celle sur l'axe q
- R_{eq} (Ω) : Résistance équivalente d'enroulement statorique
- J_{eq} (kg.m²) : Inertie équivalente ramenée au rotor moteur
- ω_m (rad.s⁻¹) : vitesse de rotation du rotor
- $C_{em}(t)$ (N.m): couple électromagnétique supposé égal au couple moteur
- K_E (V.s.rad⁻¹) : constante de fem
- K_T (N.m/A) : constante de couple
- $V_q(t)$ (V) : tension d'alimentation de la phase fictive en quadrature

Le schéma de principe de l'asservissement de courant devient celui donné sur la figure 23.

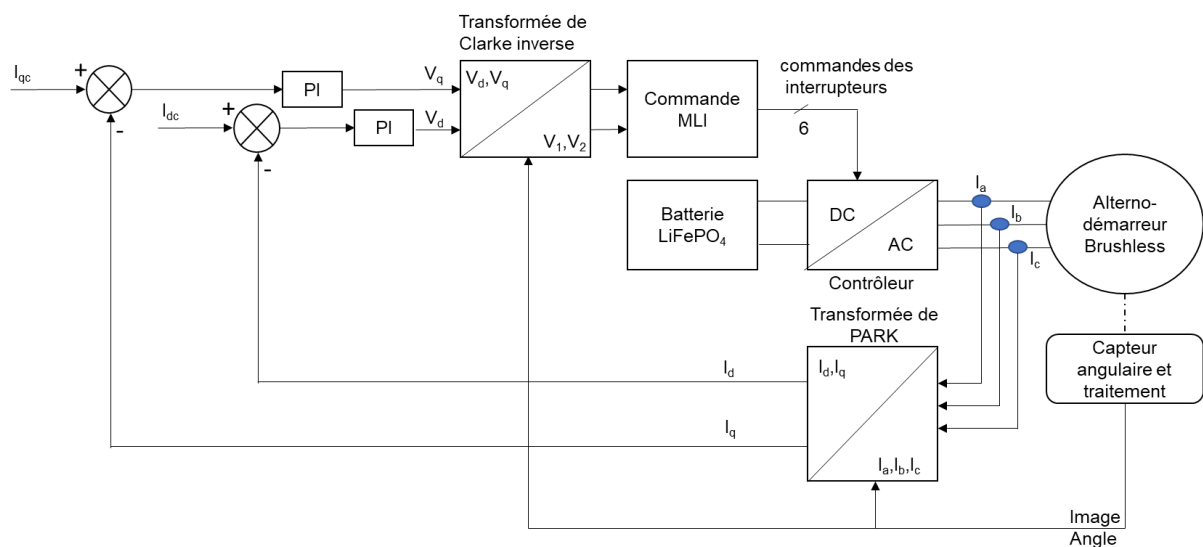


Figure 23 : Principe de l'asservissement de courant

Nous supposons pour la suite que I_d est parfaitement asservi à la valeur $I_{dc}=0$ et nous nous intéresserons à l'asservissement du courant I_q .

Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	Erreur relative en régime permanent vis-à-vis d'un échelon de consigne de valeur I_{qc0}	$\varepsilon_{\infty} \leq 2\%$

Dans ces conditions, nous pouvons formaliser les boucles d'asservissement au moyen de techniques développées pour les systèmes linéaires.

Q53. Exprimer $V_q(p)$ ainsi que $C_{em}(p)$ dans le domaine de Laplace à partir des équations temporelles fournies (équation 1) et (équation 2) et en déduire les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$ dans le schéma bloc de la figure 24.

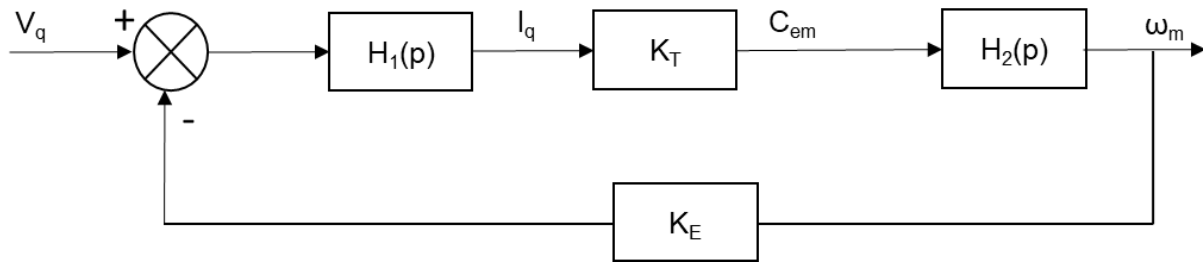


Figure 24 : Schéma bloc

Q54. En déduire la fonction de transfert $T(p) = \frac{I_q(p)}{V_q(p)}$ sous forme canonique.

Pour la suite des questions, on prendra : $T(p) = \frac{T_0 \cdot p}{(1 + \frac{2m}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2})}$ avec $T_0 = 2 \Omega^{-1} \cdot s$.

La boucle d'asservissement de courant se ramène à l'étude du schéma bloc de la figure 25 :

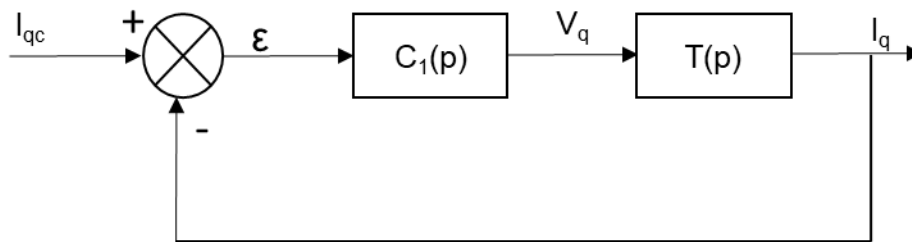


Figure 25 : Schéma bloc de l'asservissement de courant

$C_1(p)$ représente le correcteur PI de fonction de transfert : $C_1(p) = K_1 \cdot \frac{1 + \tau_i \cdot p}{\tau_i \cdot p}$.

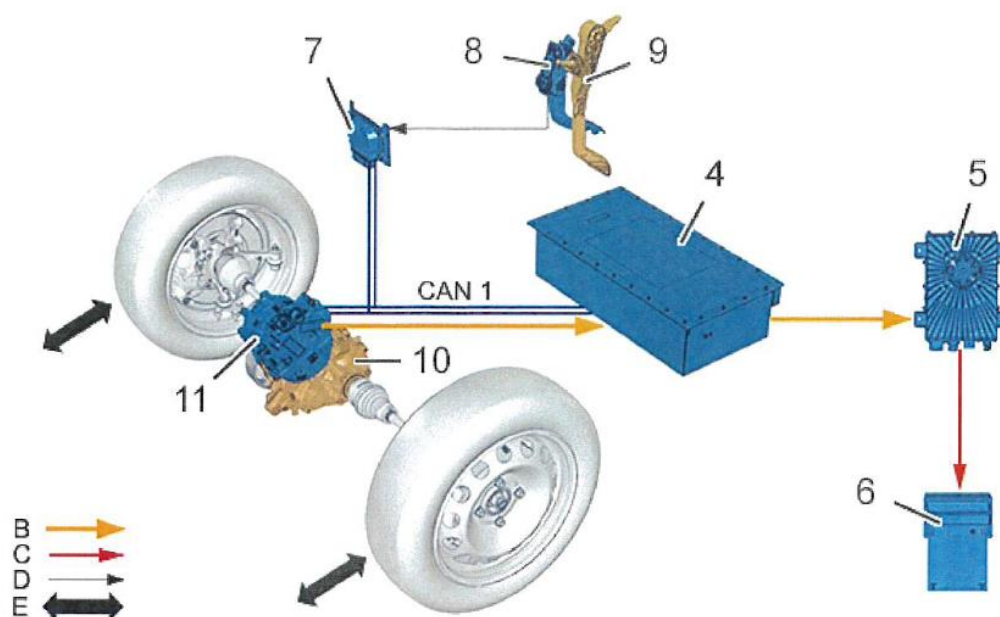
Q55. Déterminer l'erreur relative en régime permanent ε_∞ pour une consigne en échelon de courant d'amplitude I_{qc0} puis déterminer la valeur de K_1 à choisir vis-à-vis des exigences de l'asservissement de courant en terme de précision en choisissant une valeur de $\tau_i = T_0$.

9. Conclusion générale

Q56. Analyser les différentes études menées pour valider ou critiquer le fonctionnement de ce véhicule d'un point de vue solution de mobilité urbaine.

Q57. Discuter plus généralement de l'utilisation de ce type de véhicules électriques d'un point de vue mobilité durable.

Document technique DT1 : Fonctionnement général de la voiture

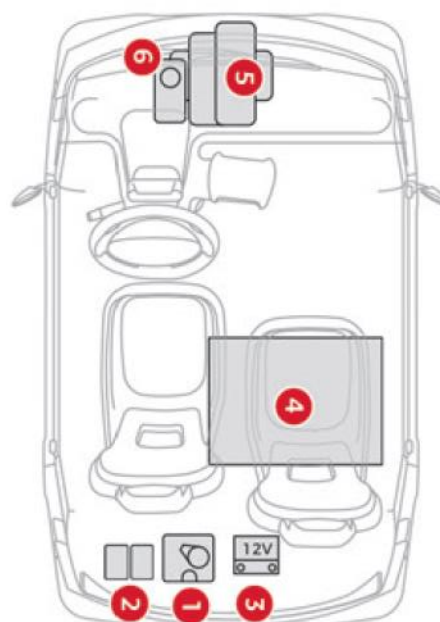


B : alimentation du circuit de traction
 C : tension de charge de la batterie de servitude
 D : liaison filaire (information des pédales)
 E : sens de roulage

Le calculateur communique via un bus CAN.

4 : batterie de traction 48V
 5 : ensemble chargeur embarqué / convertisseur de tension continue
 6 : batterie de servitude 12V
 7 : calculateur véhicule électrique (BVCU)
 8 : pédale de frein
 9 : pédale d'accélérateur
 10 : réducteur
 11 : ensemble onduleur et machine de traction

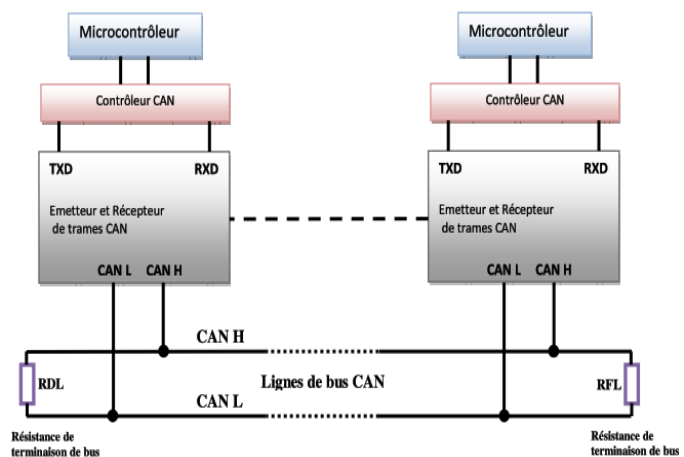
1. Réservoir du liquide de lave-vitre
2. Boîtes à fusibles
3. Batterie 12 V
4. Batterie de traction / Circuit électrique 48 V
5. Moteur électrique
6. Réservoir du liquide de freins



Document technique DT2 : bus CAN

Le bus CAN est utilisé dans de nombreux domaines, automobile, agricole, industriel, médical... Ce bus de terrain est économique et évolutif, sa vitesse de transmission peut atteindre 1 Mbit/s. Dans notre étude elle est de 500 kbit/s.

Chaque équipement connecté, ou « nœud », peut communiquer avec tous les autres.



L'accès au bus CAN suit la technique **CSMA/CD** (écoute de chaque station avant de parler mais pas de tour de parole, résolution des collisions par priorité).

En cas d'émission simultanée de plusieurs stations, l'attribution du bus suit le principe d'arbitrage suivant en comparant bit à bit l'identificateur de leur message (ID) avec celui des messages concurrents.

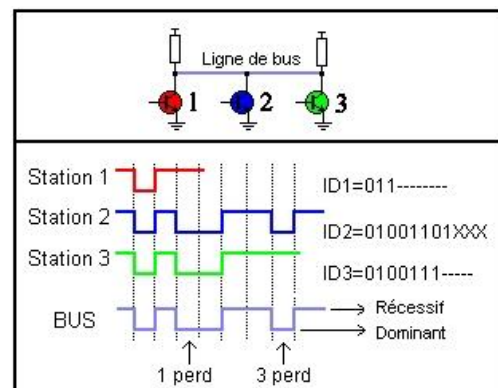
Pour cela les stations sont câblées sur le bus par le principe du "ET câblé".

En cas de conflit, c'est à dire d'émissions simultanées, la valeur 0 d'un émetteur impose le potentiel de bus à « 0 » l'état 1 est « écrasé »....

On appelle donc "**état dominant**" l'état logique 0, et "**état récessif**" l'état logique 1.

Lors de l'arbitrage bit à bit, dès qu'une station émettrice se trouve en état récessif et détecte un état dominant, « elle perd » et arrête d'émettre.

Les ID de priorités moins élevée perdent la compétition face à celle qui a la priorité la plus élevée. Tous les perdants deviennent automatiquement des récepteurs du message, et ne tentent à nouveau d'émettre que lorsque le bus se libère. Pour un véhicule par exemple, tout ce qui est lié à la sécurité est de haute priorité par rapport à la climatisation,



Structure Générale d'une trame CAN

SOF	Champ d'arbitrage	Champ de commande	Champ de données	Champ de CRC	ACK	EOF	IFS
1 bit	12 bits	6 bits	de 0 à 64 bits	16 bits	2 bits	7 bits	3 bits

Les champs sont transmis dans l'ordre du SOF à l'EOF. Dans chaque champ de la trame, les bits sont transmis du plus fort au plus faible.

Une trame de données se compose de 7 champs différents :

- Le début de trame ou SOF (Start Of Frame) matérialisé par 1 bit dominant (remporte en cas de conflit 0/1),
- Le champ d'arbitrage (identificateur des constituants sur 11 bits) + 1bit RTR fixe le niveau de priorité du message,

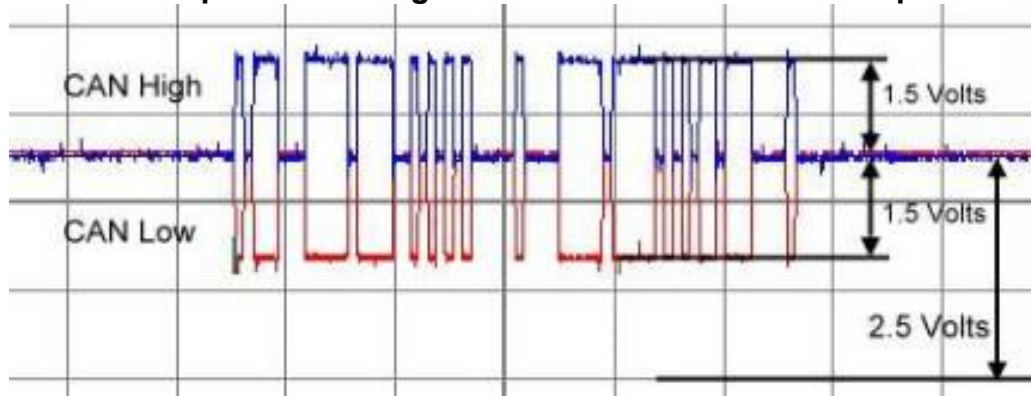
- Le champ de commande (ou de contrôle) composé de 2 bits qui indique l'action (lecture, écriture...) et 4 bits indiquant le nombre d'octets de données,
- Le champ de données composé de 0 à 64 bits (de 0 à 8 octets),
- Le champ de CRC composé de 16 bits (contrôle d'erreur) calculé sur les 19 à 101 bits précédents,
- Le champ d'acquittement ACK composé de 2 bits,
- La fin de trame ou EOF (End of Frame) matérialisée par 7 bits récessifs.
- Pour éviter les perturbations, on ajoute en fin de trame un espace inter frame (IFS) de 3 bits récessifs.

Pour un bus « **CAN HIGH SPEED** » les niveaux sont définis par rapport à 2,5V et sont donnés ci-contre.

En lisant (CANH-CANL) on a donc une image du bit (1 pour 0V et 0 pour 2V).

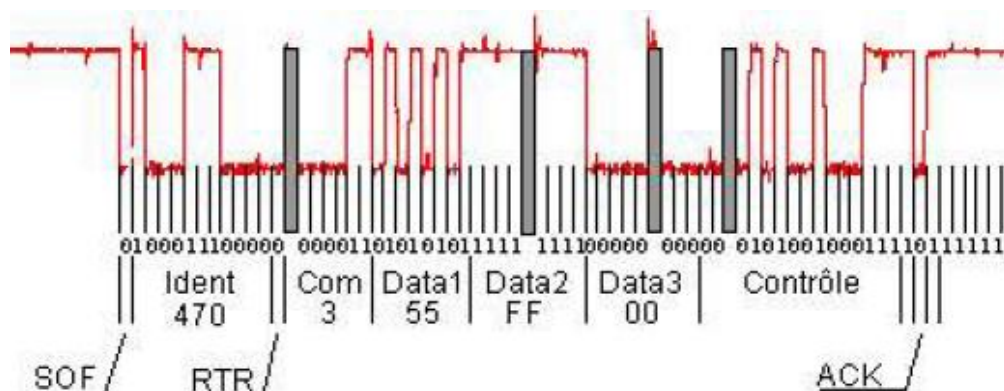
Niveau	CANH masse	CANL masse	CANH - CANL
Récessif ou « 1 »	2,5 V	2,5V	0V
Dominant ou « 0 »	3,5 V	1,5 V	2 V

Exemple de chronogrammes obtenus à l'oscilloscope



Lecture sur un autre exemple :

En isolant par exemple la lecture sur CAN L l'interprétation des bits et octets en hexa est :



On doit aussi ajouter des bits de stuffing pour éviter des erreurs de transmission, mais pour simplifier, ils ne sont pas à prendre en compte dans les trames du sujet.

Document technique DT3 : pseudo-code de la résolution par dichotomie

```
//définitions des données (mm)
e ← 200
a ← 80
d ← 1235
l ← 465

//définitions des variables
alpha : flottant
y : flottant
ε : flottant

//définition de la fonction à annuler
f ← (e - a * sin(alpha))^2 + (a * cos(alpha) - d/2 + y)^2 - l^2

//algorithme de dichotomie
ε ← 1
Tant que ε > 0.001
    m ← (a + b) / 2
    ε ← |b - a|
    Si (f(a, y) * f(m, y) ≤ 0) alors
        b ← m
    sinon
        a ← m
    Fin Si
Fin Tant que
```